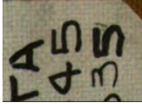
Die Statik

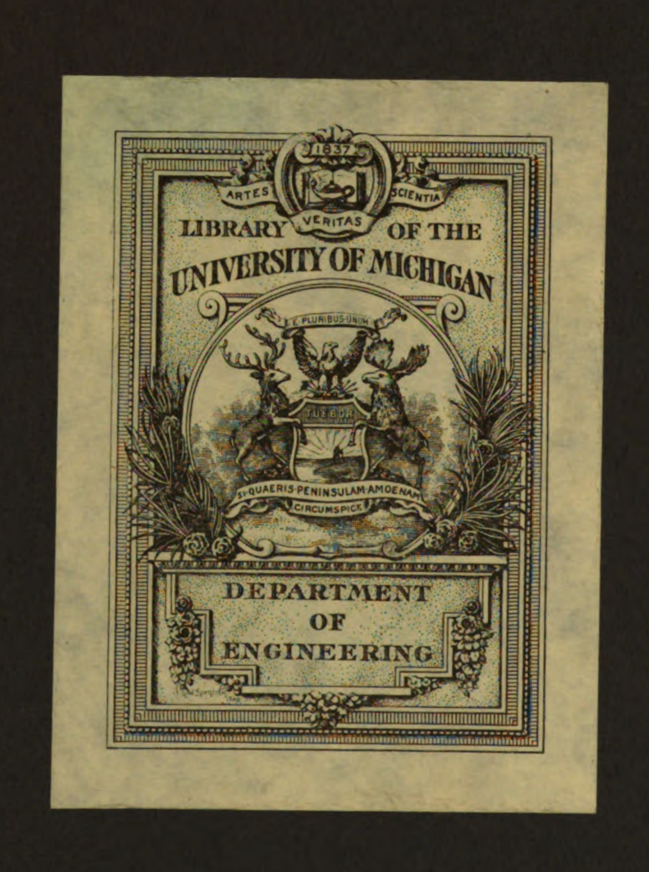
des

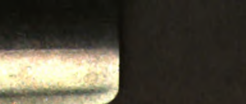
Eisenbetonbaues

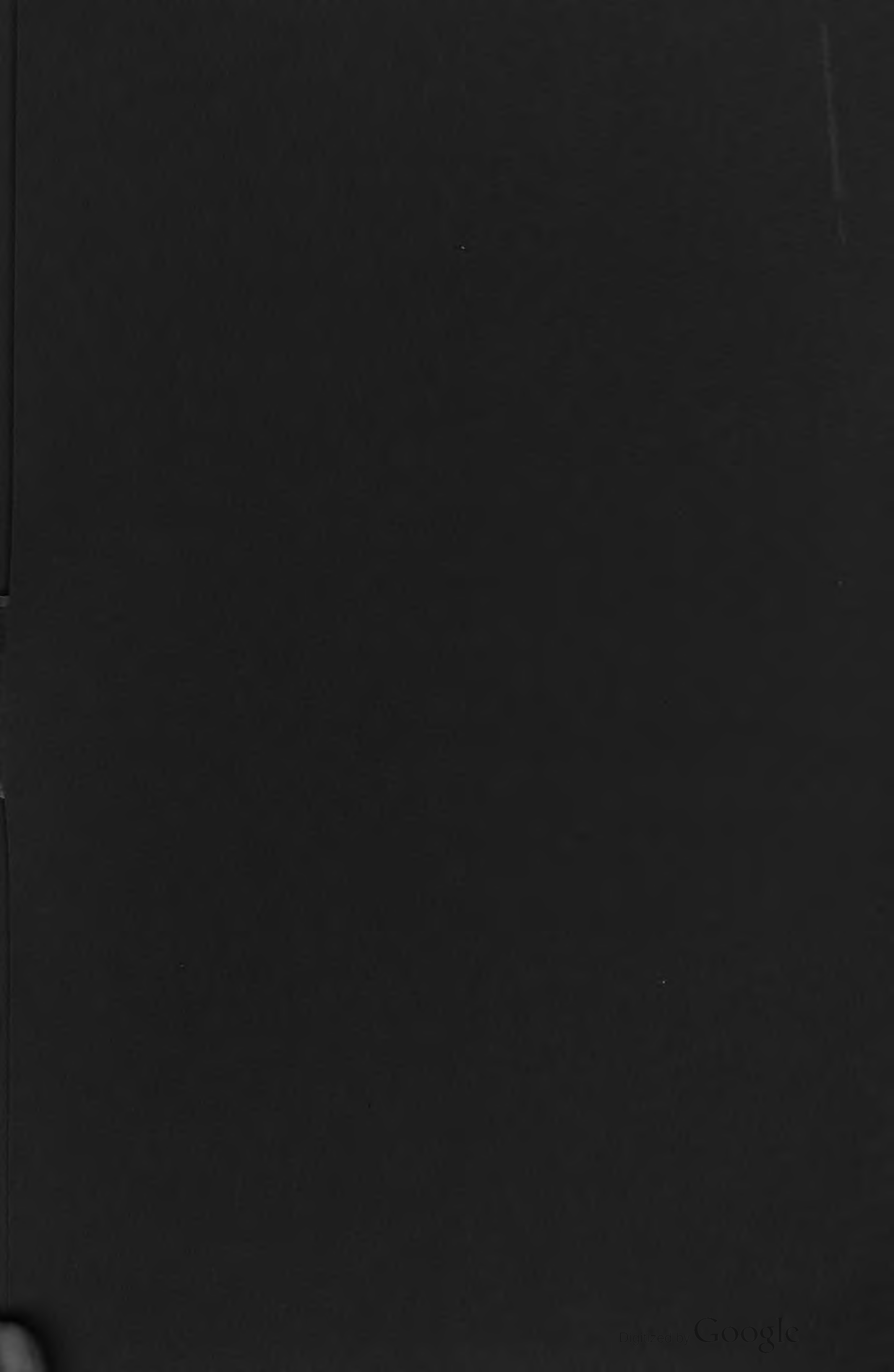
von

Ottomar Schmiedel




1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
DEPARTMENT
OF
ENGINEERING





DIE STATIK

DES

EISENBETONBAUES.

ELEMENTARES LEHRBUCH ZUM GEBRAUCH
AN SCHULEN UND ZUM SELBSTUNTERRICHT.

VON

OTTOMAR SCHMIEDEL,
OBERINGENIEUR.

MIT 99 IM TEXT ABGEDRUCKTEN ABBILDUNGEN UND EINEM ANHANGE:

BESTIMMUNGEN FÜR DIE AUSFÜHRUNG VON KONSTRUKTIONEN
AUS EISENBETON BEI HOCHBAUTEN. (AMTLICHE AUSGABE.)

WIESBADEN
C. W. KREIDEL's VERLAG.
1909.

Vorwort.

Das vorliegende Buch soll ein Leitfaden sein zur Einführung in die Statik des Eisenbetonbaues.

Da für ein Verständnis der Eisenbetonstatik eine Kenntnis des Verhaltens der beiden verbundenen Baustoffe den angreifenden Kräften gegenüber von grosser Wichtigkeit ist, so wurde der eigentlichen Statik zunächst das Wissenswerte über die Baustoffe, speziell natürlich über den Beton, vorausgeschickt. Es soll dadurch das Studium des Buches auch denen leicht gemacht werden, denen der Baustoff „Eisenbeton" noch fremd geblieben ist.

Die für den Stoff des Buches gezogenen Grenzen sind dieselben, welche an mittleren und höheren technischen Lehranstalten für den gleichen Lehrstoff innegehalten werden. Massgebend für die Bearbeitung der Materie waren die Bedingungen, welche seitens des preussischen Ministeriums der öffentlichen Arbeiten für die Berechnung von Eisenbetonkonstruktionen aufgestellt sind und in Deutschland allgemeine Anerkennung auch seitens ausserpreussischer Behörden gefunden haben.

So soll das Buch Schülern und Studierenden technischer Lehranstalten wie auch in der Praxis stehenden Technikern und Ingenieuren ein Leitfaden parallel dem Unterrichte oder zum Selbststudium sein. Um dem Buche für die Praxis besonderen Wert zu geben, sind für die meisten durchbehandelten Konstruktionen Formeln abgeleitet, die eine leichte, rasche Querschnittsbestimmung ermöglichen, da das Rechnen mit angenommenen Querschnittsgrössen, wie es für Eisenbetonkonstruktionen fast immer nötig war, stets ein mehr oder weniger zeitraubendes und daher lästiges Versuchsrechnen bedeutet.

Zahlreiche durchgerechnete Beispiele zeigen die Anwendung.

Möge sich das Buch bald Freunde erwerben.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

A. Die Baustoffe und ihre Eigenschaften.

B. Die Statik der Eisenbetonkörper.

A. Die Baustoffe und ihre Eigenschaften.

1. Das Prinzip des Eisenbetonbaues.

Erfolgreich hat sich im letzten Jahrzehnt eine Bauweise Bahn gebrochen, die infolge ihrer Eigenart und Vorzüge das Interesse aller Fachkreise anspannte: Die Bauweise des Eisenbetons. Beton, ein erstarrtes Gefüge aus durch Mörtel verbundenen und verstampften Steinschlagmaterialien oder Kies ist stets ein wichtiger Baustoff gewesen und wegen seiner leichten und billigen Herstellungsweise vielfach und überall dort zur Anwendung gelangt, wo seine Fähigkeit, grössere Druckkräfte aufzunehmen, ausgenützt werden konnte. Seine Anwendung war aber immer nur auf Bauteile beschränkt, die reinen Druck erfuhren, da die Zugfestigkeit des Betons als ausserordentlich gering den Erfordernissen der Praxis nicht genügte. Die Anwendungsmöglichkeit des Betons wurde aber in fast unbeschränktem Masse erhöht, als sich, zunächst durch Zufall und dann aus Versuchen, zeigte, dass man imstande war, den Beton derart zu armieren, dass Zugkräfte aufgenommen werden konnten. Es ergab sich, dass in Beton eingestampftes Eisen an der dem Beton zugemuteten Kräfteübertragung teilnahm und zwar infolge der Eigenschaft des Betons, sich bei der Erhärtung zusammen zu ziehen und das Eisen fest einzuklemmen. Durch Anordnung von Eiseneinlagen in gezogenen Partieen des Betons und in der Richtung der Zugkräfte folgt demnach, dass letztere vom Beton dem Eisen mitgeteilt werden und dass somit die Eiseneinlage gleichbedeutend ist mit einer wesentlichen Erhöhung des Widerstandsvermögens eines derart armierten Körpers gegenüber einem reinen Betonkörper. Während dieses gemeinsame Arbeiten beider Baustoffe durch das oben erwähnte, rein mechanische „Festklemmen“ des Eisens im Beton gegeben ist, liegt in zwei anderen Umständen eine sichere Gewähr für ein dauerndes und unzerstörbares Zusammenwirken, und zwar ist dies gegeben einmal durch die angenäherte Gleichheit der Wärmeausdehnungskoëffizienten beider Materialien, und dann durch den vorzüglichen Rostschutz, den einbetoniertes Eisen erfährt, und welcher wahrscheinlich in einem chemischen Einfluss des Zementes die Ursache hat.

Das oben erwähnte Festklemmen des Eisens im Beton bildet für die Tragfähigkeit den wichtigsten Faktor und man hat dieser Eigenschaft die Bezeichnung „Haftfähigkeit“ oder auch weniger gut „Haftfestigkeit“ beigelegt.

Die Vorteile des Eisenbetonbaues liegen in erster Linie in der Möglichkeit, rasch und im allgemeinen billig zu bauen, besonders aber auch in der ausserordentlich grossen Feuersicherheit, die derart hergestellte Bauten gewähren.

Daneben kommen noch mancherlei andere Umstände in Betracht, welche diese Bauweise in sehr günstigem Lichte erscheinen lassen, auf die jedoch hier nicht weiter eingegangen werden soll. Es dürfte aber empfehlenswert sein, des weiteren zunächst die zur Verwendung gelangenden Baustoffe einer Betrachtung zu unterziehen.

2. Der Beton.

Beton ist ein Gemenge von Steinschlag, Sand und Portlandzement, welches bei gleichzeitiger Wasserzufuhr innigst gemischt wird und infolge des hydraulischen Bindemittels (Portlandzement) nach einiger Zeit zu einer festen Masse erstarrt. Für die Grösse des zur Verwendung kommenden Steinschlages ist die Art der Konstruktion, die Entfernung der Eiseneinlagen von einander, sowie besonders auch das in der Nähe erreichbare Steinmaterial massgebend. Massige Konstruktionen mit grossen Eisenentfernungen können einen gröberen Steinzuschlag erhalten als schwache Konstruktionen. Man verwendet Steinschlag von 7 mm Korngrösse bis sogar zur Grösse eines Hühnereies und zwar sollen in diesen Grenzen möglichst alle Grössen vertreten sein, weil ein solches alle Steingrössen enthaltendes, ungleichartiges Gemenge wesentlich weniger Zwischenräume für die Mörtelausfüllung lässt als ein Gemenge aus möglichst gleichgrossen Steinen. Als Steinmaterial ist möglichst scharfkantiges und hartes zu wählen, welches mindestens die Festigkeit des erhärteten Zementes hat. Empfehlenswert ist demnach Granit, Gneis etc. Kies gilt auch als gutes Steinmaterial, doch ist möglichst eckiger Kies zu wählen, da die stark abgerundeten Steine der Betonfestigkeit nicht förderlich sind. Grubenkies ist demnach dem verwaschenen Flusskies vorzuziehen. Zuschlag unter 7 mm Korngrösse wird als Sand bezeichnet. Man kann den Beton auch so herstellen, dass man zunächst den Sand und den Zement unter Wasserzufuhr zu einem Mörtel vorbereitet und in diesen bei inniger Mischung den angenetzten Steinzuschlag einbringt. Der aus Zement, Sand und Wasser gebildete Mörtel bildet die Kittmasse für den Steinzuschlag und soll alle Zwischenräume gut ausfüllen. Der Sand ist hart und möglichst gemischtkörnig zu wählen und zwar mit derselben Begründung, wie sie für den Steinzuschlag gegeben wurde. Das zur Verwendung gelangende Wasser muss rein und frei sein von organischen Substanzen.

Die Materialien (Zement, Sand, Steinschlag oder Kies) werden in den verschiedensten Verhältnissen gemischt und zwar rechnet man dabei nach Raumteilen. Dichter Beton wird bei folgenden Mischverhältnissen erzielt:

1 Teil Zement	1 Teil Sand	1,5 Teil Schotter
1 „ „	1 „ „	2 Teile Kies
1 „ „	1,5 „ „	2 „ Schotter
1 „ „	1,5 „ „	3 „ Kies
1 „ „	2 Teile „	3 „ Schotter
1 „ „	2 „ „	3—4 „ Kies
1 „ „	3 „ „	3—4 „ Schotter
1 „ „	3 „ „	5—6 „ Kies usw.

Der Wasserzusatz schwankt in ziemlich weiten Grenzen. Er wird je nach dem Verwendungszweck des Betons zwischen 8 % und 15 % des Volumens des ganzen Gemisches angegeben.

Die wichtigste Rolle bei der Betonbereitung spielt der Portlandzement, dessen Gewinnung und Eigenschaften daher nachstehend einer kurzen Besprechung unterzogen werden sollen.

Portlandzement ist ein hydraulisches Bindemittel, welches in der Hauptsache aus Kalk, Kieselsäure, Tonerde, Eisenoxyd sowie geringen Mengen Magnesia und Alkalien besteht. Die Herstellung erfolgt derart, dass Kalksteine in feingemahlenem Zustand mit kieselsäuretonerdigen Materialien bei gleichzeitiger Reinigung von fremden, schadenden Bestandteilen innigst gemischt werden; aus dieser Mischung werden in Ziegelpressen Steine geformt, welche alsdann in besonderen Öfen bis zur Sinterung gebrannt und hernach bis zur Mehlfeinheit gemahlen werden. Dieses so gewonnene Produkt, ein sehr feines, bläulich oder grünlichgraues Pulver, wird als Portlandzement in den Handel gebracht; es hat lose eingelaufen ein spezifisches Gewicht von 1,3 und eingerüttelt ein solches von 1,95. Die Güte dieses Bindemittels hängt ab von der Güte der Rohstoffe, von der innigen Mischung derselben im richtigen Verhältnis, von der richtigen Temperatur beim Brennprozess und von der Feinheit des zum Schluss erzielten Mehles. Mit Wasser angerührt bildet sich aus ihm eine breiige Masse (Zementmörtel), welche sich unter dem Einfluss der Luft oder des Wassers in eine starre Masse verwandelt. Den Übergang des teichartigen Zementmörtels in eine starre Masse nennt man das „Abbinden" und die Zeit vom Anmachen des Breies bis zu einem bestimmten Grade der Erstarrung und Erhärtung die „Bindezeit". Der als abgebunden bezeichnete Zement hat jedoch noch nicht die Grenze seiner Erhärtung erreicht, sondern er erhärtet unter dem Einfluss der Luft und des Wassers immer mehr; man nennt diesen Vorgang von der durch einen bestimmten Grad der Erhärtung gegebenen „Abbindung" an den „Erhärtungsprozess". Mit der Erhärtung nimmt auch die Festigkeit zu. Die oben erwähnten Bestandteile des Portlandzementes sind bei guten Produkten in folgenden Mengen vertreten: Kalk 62 v. H., Kieselsäure 23 v. H., Tonerde und Eisenoxyd 11 v. H., Magnesia 2 v. H., Alkalien 2 v. H. Von diesen Mittelwerten darf nach oben und unten etwas abgewichen werden. Nach der Länge der Zeit, die ein Zement braucht, um aus dem teichartigen Zustand in den starren überzugehen, also nach der Dauer der Bindezeit unterscheidet man langsam bindenden und schnell bindenden Zement. Für den Eisenbetonbau kommt nur langsam bindender Portlandzement in Betracht, weil schnellbindender Zement bei den grossen Mengen, die für den Eisenbetonbau im allgemeinen in Frage kommen, schon bei der Verarbeitung in einen vorgeschrittenen Zustand des Bindeprozesses gelangen würde. Solcher Zement oder gar bereits abgebundener darf jedoch nicht verwendet werden. Dazu kommt noch, dass der hohe Wasserzusatz, den ein Schnellbinder erfordert, für die Festigkeit der erstarrten Masse etwas nachteilig ist. Wird ein bereits abgebundener Zement nochmals mit Wasser angemacht, so besitzt er dann keine, oder nur wenig Binde- und Erhärtefähigkeit. Langsam bindender Zement soll mindestens zwei Stunden Bindezeit erfordern. Andere Zemente als reine und gute Portlandzemente dürfen nach den amtlichen Vorschriften für Eisenbetonbau nicht zur Verwendung kommen. Nicht zu verwechseln mit den Portlandzementen sind die sogenannten Eisenportlandzemente,

welche für den Eisenbetonbau nur sehr bedingt in Frage kommen. Die Bezeichnung „Eisenportlandzement" ist zweifellos nicht günstig gewählt und es sei deshalb darauf hingewiesen, dass diese Zementart dem Portlandzement nicht gleichwertig ist: Die Herstellung von Eisenportlandzement erfolgt durch Vermahlen von aus Hochofenschlacken und Kalksteinen bis zur Sinterung erbrannten Klinkern mit granulierter, gepulverter und geglühter Hochofenschlacke. Als ungünstig ist bei diesen Schlackenzementen das Vorhandensein von Schwefelverbindungen zu bezeichnen, welche im Laufe der Zeit Schwefelsäure auslösen. Es ist dies ein Umstand, der mit Rücksicht auf die Eiseneinlagen in Eisenbeton Beachtung verdient, wiewohl Versuche eine Schädigung des Eisens infolge des Schwefelgehaltes nicht erkennen liessen. Jedenfalls aber sind die Schwefelverbindungen dem Putzmörtel schädlich. Die Festigkeit des Eisenportlandzementes bleibt im allgemeinen auch hinter derjenigen des wirklichen Portlandzementes zurück, zum Teil sogar nicht unwesentlich. Bei Herstellung massiger Körper (Gründungs- und Fundierungsarbeiten), bei denen an die Festigkeitseigenschaften vielleicht etwas geringere Anforderungen gestellt werden können, ist die Verwendung von Eisenportlandzement indes wohl geeignet.

---

3. Das Eisen.

Als Eiseneinlagen werden vorzugsweise Rundeisen, Quadrateisen und Flacheisen verwendet. Teilweise gelangen auch Einlagen von gezahnten oder gedrehten Formen (wie z. B. Fig. 1 oder Fig. 2) zur Anwendung, indem derartige Eisen die

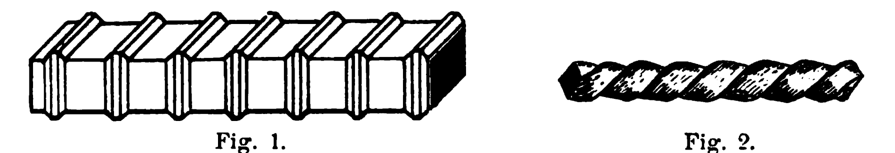


Fig. 1. Fig. 2.

Verbundwirkung zwischen beiden Baustoffen erhöhen. Das Johnsoneisen (Fig. 1) und das Ransomeeisen (Fig. 2) sind beide amerikanischen Ursprungs. Es kommt gewöhnliches Handelsflusseisen in Frage, dessen Festigkeits und Elastizitätseigenschaften im folgenden Kapitel zur Erörterung gelangen.

---

4. Die Elastizitäts- und Festigkeitsverhältnisse.

Ein aus irgend einem Material bestehender Stab vom Querschnitt „1" und der Länge „1" wird unter dem Einfluss einer Last „1" eine Längenveränderung erfahren, die mit α bezeichnet werden soll und als spezifische Längenveränderung bei der Beanspruchung $\frac{P}{F} = \frac{1}{1} = 1$ aufzufassen ist. Wirkt nun nicht die Belastung „1" sondern allgemein die Last P, so folgt, wenn erwiesen wird, dass die Dehnungen

proportional sich ändern mit der Belastung, die Veränderung pro Längeneinheit zu $P \cdot \alpha$.

Wird der Querschnitt des Stabes von „1" auf F vergrössert, so wird natürlich die Längenveränderung $P \cdot \alpha$ auf den F^{ten} Teil sinken, so dass sich alsdann die Längeneinheitsdehnung zu

$$\epsilon = \frac{P}{F} \cdot \alpha$$

ergibt. Hierin bedeutet $\frac{P}{F}$ die Querschnittsbeanspruchung und soll mit σ bezeichnet werden, während α die Benennung „Dehnungszahl" oder „spezifische Dehnung" erhält. Bei einer Länge l des beanspruchten Stabes ergibt sich für die Gesamtlängenveränderung der Wert

$$\lambda = \epsilon \, . \, l = \frac{P}{F} \cdot \alpha \, . \, l = \sigma \, . \, \alpha \, . \, l.$$

Beansprucht man einen Stab von einem Querschnitt $F_1 = 1$ durch eine Last von der Grösse $P_E = \frac{1}{\alpha}$, so folgt:

$$\lambda_E = \epsilon_E \, . \, l = \frac{P_E}{F_1} \cdot \alpha \, . \, l = \frac{\frac{1}{\alpha}}{1} \cdot \alpha \, . \, l = l.$$

Die Kraft $P_E = \frac{1}{\alpha}$ kann als diejenige Belastung aufgefasst werden, bei welcher für einen Querschnitt gleich „1" der Stab eine Längenveränderung erfährt, welche gleich ist seiner ursprünglichen Länge. Für diese Belastung P_E führen wir die Benennung „Elastizitätsziffer" oder „Elastizitätsmodul" ein und bezeichnen die Grösse mit E, so dass also

$$P_E = \frac{1}{\alpha} = E$$

ist. Eine Dehnung um die eigene, ursprüngliche Länge ist für die im allgemeinen zur Verwendung gelangenden Baustoffe nur in der Idee denkbar; denn bei unseren Baustoffen tritt der Bruch bereits ein, wenn die Längenveränderung einen gar nicht sehr grossen Bruchteil der früheren Länge erreicht hat.

Wie bereits oben erwähnt, setzt die Gleichung

$$\epsilon = \frac{P}{F} \cdot \alpha = \sigma \, . \, \alpha$$

die Proportionalität zwischen Belastung und Dehnung voraus, wie sie denn auch tatsächlich bei vielen Baustoffen (Eisen, Stahl, Holz usw.) wenigstens bis zu einer bestimmten Beanspruchungsgrenze vorhanden ist. Diese Beanspruchungsgrenze liegt

z. B. für Flusseisen bei ca. 2000 kg/qcm. Oberhalb dieser Grenze ändert sich die Dehnung nicht mehr proportional der Belastung, sondern in viel höherem Masse, bis sie schliesslich bei der sogenannten Fliessgrenze in erhebliche bleibende Längenveränderungen übergeht (Fliessen des Baustoffes) und bei weiterer Belastung zum Bruche führt.

Beton hat nun keine Proportionalitätsgrenze, weil seine Dehnungen sich überhaupt nicht geradlinig proportional mit den Beanspruchungen ändern, sondern in einem anderen und zwar grösseren Verhältnis. Für Beton gilt die allgemeine Beziehung

$$\epsilon = \alpha_{bo} \cdot \sigma^m,$$

wobei m ein Zahl >1 ist. Im Mittel kann man $m = 1{,}16$ annehmen.

Bezeichnet man den Elastizitätsmodul von Beton mit E_{bo}, so ist nach den oben gemachten Ausführungen

$$\frac{1}{\alpha_{bo}} = E_{bo} \quad \text{und} \quad \alpha_{bo} = \frac{1}{E_{bo}},$$

mithin

$$\epsilon = \frac{\sigma^m}{E_{bo}}.$$

Die Dehnung ϵ kann man sich aber auch so ermittelt denken, dass sie aus der Beanspruchung σ und aus einem neuen, zunächst noch unbekannten Elastizitätsmodul $E\sigma$ nach dem Gesetze $\epsilon = \frac{\sigma}{E\sigma}$ folgt. Es muss dann die Beziehung gelten:

$$\epsilon = \frac{\sigma^m}{E_{bo}} = \frac{\sigma}{E\sigma}$$

$$E\sigma = E_{bo} \cdot \frac{\sigma}{\sigma^m} = E_{bo} \cdot \frac{1}{\sigma^{m-1}}.$$

Wegen $m>1$ folgt aus $E\sigma = E_{bo} \cdot \frac{\sigma}{\sigma^m}$, dass $E\sigma < E_{bo}$ [1]. Für eine Beanspruchung σ_1 ergibt sich

$$E\sigma_1 = E_{bo} \cdot \frac{1}{\sigma_1^{\,m-1}}.$$

Das aus $E\sigma$ und $E\sigma_1$ gebildete Verhältnis

$$\frac{E\sigma}{E\sigma_1} = \frac{\sigma_1^{\,m-1}}{\sigma^{m-1}} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right)^{m-1}$$

---

1) Es ist dabei allerdings $\sigma>1$ vorausgesetzt, was im allgemeinen aber auch den hier in Betracht zu ziehenden Verhältnissen entspricht.

besagt, dass die Elastizitätsziffern E_σ sich in einem umgekehrten, und zwar mit m—1 potenzierten Verhältnis der Beanspruchungen ändern. Mit wachsenden Spannungen werden demnach die Elastizitätsziffern abnehmen; denn wenn $\sigma_1 > \sigma$, so wird stets $\left(\frac{\sigma_1}{\sigma}\right)^{m-1} > 1$ sein; mithin ist also auch $\frac{E_\sigma}{E_{\sigma_1}} > 1$ und $E_\sigma > E_{\sigma_1}$.

Es bleibt nun übrig, des genaueren auf die Grössen der Elastizitätsziffern einzugehen, wobei wir unter Beachtung der vorangegangenen Erörterungen von der dem Beanspruchungszustand $\sigma =$ „1" entsprechenden Ziffer ausgehen werden. Im allgemeinen ist zunächst zu bemerken, dass die Verschiedenheit in der Zusammensetzung des Betons, die Verschiedenheit wiederum der einzelnen zur Verwendung gelangenden Materialien und die verschiedene Grösse des Wasserzusatzes ohne weiteres darauf schliessen lassen, dass die Elastizitäts- und Festigkeitsverhältnisse in weitem Rahmen schwankend sein müssen. Dazu kommt noch, dass auch der Grad der Erhärtung, d. h. also das Alter des Betonkörpers eine grosse Rolle bei Bestimmung der zur Erörterung stehenden Verhältnisse spielt. In welchen Grenzen die Elastizitätsziffer des Betons je nach seiner Zusammensetzung schwankt, geht daraus hervor, dass v. Bach für eine Mischung aus 1 Teil Zement, 5 Teilen Sand sowie 10 Teilen Kies ein $E_{bo} = 217000$ kg/qcm und für eine Mischung von 1 Teil Sand, 2½ Teilen Sand und 5 Teilen Kalksteinschotter ein E_{bo} von 457000 kg/qcm ermittelt hat[1]). Unter E_{bo} ist dabei die dem Spannungszustand $\sigma = 1$ kg/qcm entsprechende Elastizitätsziffer verstanden. Sofern für einen Eisenbetonbau die Grösse der Betonelastizitätsziffer nicht durch Versuche an gleichartigen Betonkörpern ermittelt wird, ist es der Sicherheit halber geboten, als massgebenden Wert für E_{bo} einen solchen zu wählen, welcher der oben angegebenen unteren Grenze nahe liegt. Den unteren Grenzwert ohne weiteres anzunehmen ist indes auch nicht nötig, wenn man in Rücksicht zieht, dass mit zunehmender Erhärtung des Betons eine Vergrösserung von E_{bo} verbunden ist.

Diese Vergrösserung kann nach 1 bis 2 Jahren bereits 20 v. H. des Anfangswertes und noch mehr betragen. Die Annahme von

$$\mathbf{E_{bo} = 250000\ kg/qcm}$$

würde demnach genügende Sicherheit bieten. Der einer Beanspruchung σ zugehörige Wert E_σ folgt alsdann zu

$$E_\sigma = E_{bo} \cdot \frac{1}{\sigma^{m-1}} = \frac{250\,000}{\sigma^{0,16}}.$$

Für $\sigma = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35$ und 40 kg/qcm ergeben sich alsdann folgende Zahlenwerte:

---

1) Die für E_{bo} angegebenen Zahlenwerte entsprechen der Druckbelastung. Für Zugbelastung ergeben sich andere, im Durchschnitt kleinere Werte, welche aber für den Eisenbetonbau solange ohne Wichtigkeit sind, als die Zugfestigkeit für Beton bei der Berechnung fast stets ausgeschaltet wird. Soweit eine Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit geboten ist, wird in einem späteren Abschnitt auf die in Frage kommenden Verhältnisse eingegangen werden.

$E_5 = 194000$ kg/qcm	$E_{25} = 149000$ kg/qcm
$E_{10} = 173000$ "	$E_{30} = 145000$ "
$E_{15} = 162000$ "	$E_{35} = 142000$ "
$E_{20} = 155000$ "	$E_{40} = 139000$ "

In Berücksichtigung der weiten Grenzen, zwischen denen die Grösse E_{bo} in der Praxis schwanken kann, und in Berücksichtigung ferner, dass auch der für m angegebene Wert 1,16 nur einen Mittelwert für die in Wirklichkeit zwischen 1,1 und 1,2 schwankende Grösse darstellt, können die vorberechneten Zahlengrössen für $E\sigma$ keinerlei allgemeine Gültigkeit für sich beanspruchen. Es sind Zahlenwerte, die zu Rate gezogen werden können, wenn es sich z. B. um Berechnungen handelt, für welche noch keine Versuchswerte bezüglich der Elastizitätszahlen des zur Verwendung gelangenden Betons vorhanden sind, oder wenn man aus Gründen der Sicherheit von der Einführung höherer Werte absehen will. Wir werden später sehen, dass die zulässigen Beanspruchungen für Beton zwischen 25 und 40 kg/qcm schwanken, und daraus folgt, dass man allgemein für den Elastizitätsmodul von Beton auch einen diesen Beanspruchungen entsprechenden Wert annehmen müsste, also

$$E_b = 149000 - 139000 \text{ kg/qcm} = \text{i. M.} \sim 145000 \text{ kg/qcm}.$$

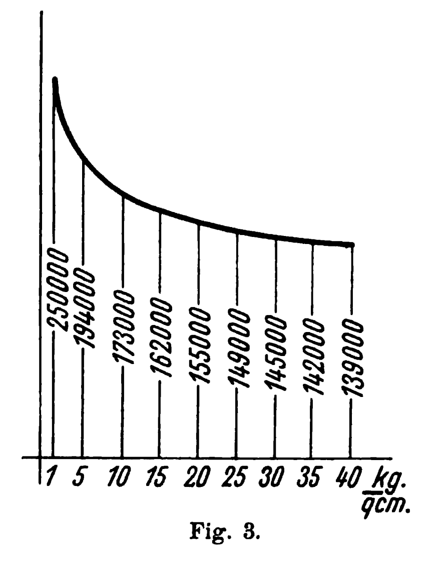


Fig. 3.

Es wurde bereits früher darauf hingewiesen, dass die Elastizitätszahlen für Zug bei den Eisenbetonkonstruktionen in der Regel unbeachtet bleiben. Es soll daher auch nur kurz erwähnt werden, dass die Zugelastizitätsziffern bei niedrigen Beanspruchungen nicht allzuviel unter den entsprechenden Grössen für Druck bleiben, dass sie aber bei steigender Beanspruchung wesentlich rascher sinken. Fig. 3 ist eine graphische Darstellung der Veränderung der Elastizitätsziffern unter Zugrundelegung der oben aus $E_{bo} = 250000$ kg/qcm ermittelten Werte.

So wie die Elastizitätsziffern für Beton sich als in weiten Grenzen schwankend herausstellten, so ist es ebenfalls mit der Festigkeit, von welcher wir in erster Linie die Druckfestigkeit ins Auge fassen. Alle Faktoren, welche die Elastizitätsziffern beeinflussten, also die Höhe, Art und Festigkeit des Sand-, Kies- und Schotterzuschlages, die Güte der Mischung und Ausführung, die Grösse des Wasserzusatzes und das Alter des Betons sind in gleicher Weise von hoher Bedeutung für die Betonfestigkeit. So z. B. schwankt dieselbe im allgemeinen zwischen 150 kg/qcm und 250 kg/qcm, kann aber auch bereits nach 2—3 Jahren eine Grösse von über 500 kg/qcm erreichen. Einen besonders grossen Einfluss auf die Festigkeit übt die Höhe des Wasserzusatzes aus, und zwar erreicht der Beton, dessen Wasserbeimengung gerade eine Durchnässung bis zum erdfeuchten Zustande herbeiführt, einen wesentlich höheren Festigkeitsgrad, als reichlich nass an-

gemachter Beton, indes setzt die erdfeuchte Durchnässung eine so sorgfältige weitere Verarbeitung voraus, dass demgegenüber der mehr durchnässte Beton trotz der etwas geringeren Festigkeit entschieden den Vorzug verdient. Die grössere Gewähr für einwandsfreie Ausführung ist wichtiger, als die Erhöhung der Festigkeit, welche durch einen Verarbeitungsfehler illusorisch werden kann. Ferner zeigt es sich stets, dass bei Mischung der Betonmaterialien auf maschinellem Wege höhere Festigkeiten erzielt werden als durch Mischung von Hand. Auf alle diese Umstände näher einzugehen liegt nicht im Rahmen dieses Buches, und es sollen daher die oben angegebenen Festigkeitszahlen (150—250 kg/qcm) als Werte gelten, die den Berechnungen im allgemeinen zugrunde gelegt werden können. Ob man nun einen Wert nahe der unteren oder nahe der oberen Grenze wählen soll, hängt von den bereits oben erörterten Umständen ab. Bei guter, vorschriftsmässiger Ausführung, nicht zu reichlicher Durchnässung, Maschinenmischung, gutem und hartem Steinzuschlag sowie normenmässigen Mischungsverhältnissen $\left(\text{ungefähr } \begin{array}{c} 1:1:2 \\ 1:2:2 \\ 1:2:3 \end{array}\right)$ kann man sich der oberen Grenze nähern. Sind die vorgenannten Bedingungen nicht erfüllt — und das ist auch der Fall, wenn zwar gutes und hartes Steinmaterial vorhanden ist, aber in einer das Normenverhältnis weit übersteigenden Menge zugesetzt wird —, so ist es geboten, die untere Festigkeitsgrenze als massgebend anzusehen.

Nach den Leitsätzen für Eisenbetonbauten, aufgestellt vom deutschen Betonverein und dem Verbande deutscher Ingenieur- und Architektenvereine, wird eine zulässige Beanspruchung in Höhe von 35 kg/qcm festgesetzt. Die Baubehörden lassen indes die Beanspruchungen nicht in dieser Höhe zu und gehen grösstenteils nur bis 30 kg/qcm. Nach den amtlichen Vorschriften für Preussen wird sogar eine zehnfache Sicherheit verlangt, und entspricht dies einer zulässigen Beanspruchung von $\sigma_b = 15$—25 kg/qcm.

Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen hat sich gezeigt, dass die Druckfestigkeit in der Druckzone grössere Werte erreichte, als sie sich für Körper mit reiner Druckbeanspruchung ergab. Die zulässige Beanspruchung bei Biegung kann daher auch höher angenommen werden, vielleicht zu $\sigma_b = 30$—50 kg/qcm. Nach den preussischen amtlichen Vorschriften wird in diesem Falle unter Zugrundelegung der Betondruckfestigkeitszahlen eine sechsfache Sicherheit verlangt, so dass darnach also $\sigma_b = 25$—40 kg/qcm anzunehmen wäre.

Die *Zugfestigkeit* des Betons beträgt i. M. nur *den zehnten Teil* der *Druckfestigkeit*. Sie wird wegen der geringen Grösse im Eisenbetonbau im allgemeinen nicht berücksichtigt[1]). Die Scher- und Schubfestigkeit für Beton ist aus vielen Versuchen zu durchschnittlich grösser als 25 kg/qcm ermittelt worden, so dass je nach dem verlangten Sicherheitsgrad die zulässige Scherspannung zu 2,5—5 kg/qcm angenommen werden darf. Die preussischen amtlichen Vorschriften setzen als Höchstwert $\tau_b = 4{,}5$ kg/qcm fest.

Die Grösse der Haftfähigkeit zwischen Beton und Eisen ist von verschiedenen Forschern in recht weiten Grenzen ermittelt worden. Es sind Haftfestigkeiten bis

---

1) Neuerdings wird in gewissen Fällen die Betonzugfestigkeit bis zu einem bestimmten Grade mit in Rechnung gezogen. Hierauf wird später eingegangen werden.

ca. 45 kg/qcm ermittelt worden, doch haben neuere Versuche diese hohen Werte nicht bestätigt, sondern vielmehr Grössen von i. M. 25—30 kg/qcm. Diesen Haftfestigkeitszahlen würden zulässige Beanspruchungswerte von 5—6 kg pro qcm Eisenoberfläche entsprechen. Es soll aber darauf hingewiesen werden, dass die zulässige Haftspannung τ_h niemals grösser angenommen werden darf als die zulässige Scher- und Schubspannung, da eben die grössere Haftung statisch nutzlos ist, wenn die Scherkraft eine Grösse hat, bei welcher die Scherfestigkeit der das Eisen umhüllenden Betonschicht überwunden wird.

Das zur Verwendung gelangende Flusseisen (Handelsware) hat einen Elastizitätsmodul $E_e = 2\,150\,000$ kg/qcm bei einer Festigkeit auf Zug von ca. 3400 bis 4400 kg/qcm. Bis zu der Proportionalitätsgrenze, welche im Mittel bei ca. 2000 kg/qcm Beanspruchung liegt, verhalten sich die Dehnungen genau wie die Beanspruchungen, so dass bis zu dieser Beanspruchung das Gesetz

$$\epsilon = \alpha \, . \, \sigma$$

gilt, worin α den konstanten Wert $\frac{1}{2\,150\,000}$ bedeutet. Oberhalb der Proportionalitätsgrenze wachsen die Dehnungen rascher als die Beanspruchungen, und zwar bis letztere ungefähr im Mittel die Grösse 2400 kg/qcm erreicht haben. Diese Beanspruchungsgrenze wird „Streck-“ oder „Fliessgrenze“ genannt; denn von da ab wird bei weiterer Belastungszunahme das Material in plötzliche Dehnungen, in ein Fliessen übergehen, welches alsdann bei noch weiter erhöhter Belastung zum Bruch führt. Für die Wahl der zulässigen Beanspruchung des Eisens sollte bei Eisenbetonbauten nicht die Grösse der Eisenbruchfestigkeit massgebend sein, sondern die Höhe der Beanspruchung, bei welcher die Streck- oder Fliessgrenze liegt. Denn wenn das Material über diese Grenze hinaus beansprucht wird, so löst sich infolge der plötzlichen und grossen Dehnungen das Eisen vom Beton, und nach Aufhören der Haftung steht der Bruch des Eisenbetonkörpers zu erwarten, auch wenn das Eisen selbst noch nicht die Bruchbeanspruchung erreicht hat. Es ist daher wohl begründet, wenn man die früher zu 1200 kg/qcm festgesetzte zulässige Eisenbeanspruchung jetzt reduziert hat, und zwar auf $\sigma_e = 1000$ kg/qcm. Erleidet die Konstruktion starke Stosswirkungen, so ist es geboten, die Beanspruchung noch weiter, vielleicht auf 800 kg/qcm zu erniedrigen. Die Schub- und Scherbeanspruchung des Eisens darf zu 600—800 kg/qcm angenommen werden, doch kommt diese Festigkeit bei Eisenbetonbauten im allgemeinen nicht zur Ausnutzung.

Nachstehend sind die Elastizitätsziffern und zulässigen Beanspruchungen der Baustoffe nochmals gegeben und übersichtlich zusammengestellt.

a) Beton.

Reine Druckbeanspruchung	$\sigma_b = 15—35$	kg/qcm
Druckbeanspruchung aus Biegung	$\sigma_b = 25—40$	„
Schub- und Scherspannung	$\tau_b = 2{,}5—5$	„
Haftspannung	$\tau_h =$ bis 5	„
Elastizitätsziffer	$E_b = 145\,000$	„

b) Eisen.

Druck- und Zugbeanspruchung . . . . $\sigma_e = 800—1000$ kg/qcm
Schub- und Scherspannung . . . . $\tau_e = 600—800$ „
Elastizitätsziffer . . . . $E_e = 2\,150\,000$ „

5. Die allgemeine Anordnung der Verbundkonstruktionen und die Wirkungsweise der äusseren Belastung.

Wie bereits erwähnt, ist das Prinzip der Verbundkonstruktionen für Beton mit Eisen in der Ausnützung der Druckfestigkeit des Betons und der Zugfestigkeit des Eisens gegeben. Demgemäss wird das Eisen hauptsächlich in der Zugzone anzuordnen sein, und zwar so nahe als möglich der äussersten Materialschicht, weil dann natürlich die statische Wirkung am günstigsten ist. Die allgemeinste Art der Armierung für einen auf zwei Stützen frei aufliegenden Balken ist mithin durch Fig. 4 dargestellt. Bei Balken[1]), bei denen eine möglichst geringe Konstruktionshöhe erstrebt wird, geht man auch dazu über, den Widerstand der Druckzone durch Eiseneinlagen zu erhöhen. Fig. 5 gibt die Darstellung eines derart doppelt armierten Balkens. Daneben werden Armierungen nach den Prinzipien der Fig. 6 und 7 angewandt. Bei der Konstruktion Fig. 6 folgt die Zugarmierung angenähert der Form der elastischen Linie; bei der Konstruktion Fig. 7 wirkt die Armierung wie ein Bogen. Die obere gekrümmte Eiseneinlage kann bedeutende Kräfte aufnehmen, da ein Ausknicken infolge der Einbetonierung ausgeschlossen ist. Die Momentenfigur bei einer auf der ganzen Länge gleichmässig verteilten Belastung Q stellt sich für die in Fig. 4 bis 7 dargestellte Auflagerungsart als Parabel dar (Fig. 8), deren Pfeil das Maximalmo-

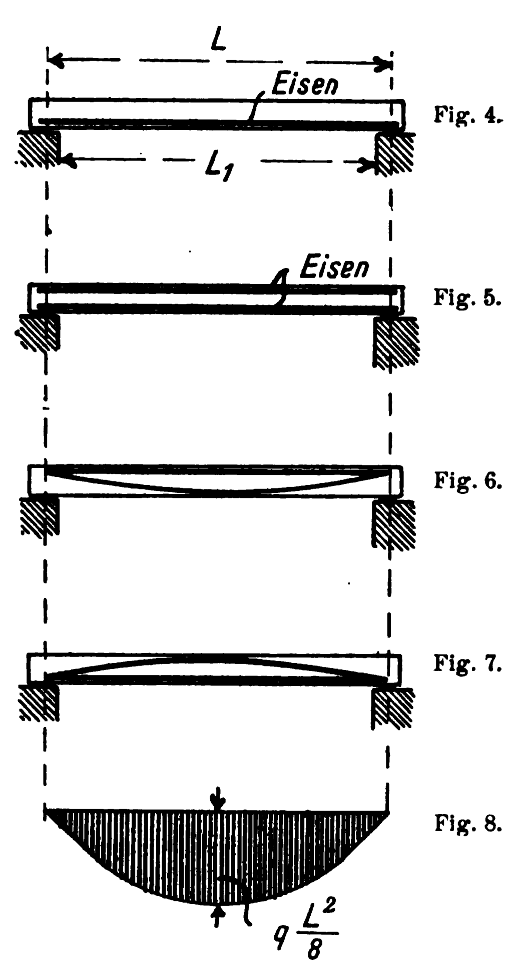


Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

1) Unter Balken im allgemeinen ist hier stets eine Tragkonstruktion verstanden, z. B. auch eine Decke, etc.

ment von der Grösse $\frac{Q \cdot L}{8}$ liefert. Ist die Belastung pro m Länge des Balkens mit q gegeben, so ist $Q = q \cdot L$ mithin

$$M_{max} = \frac{Q \cdot L}{8} = \frac{q \cdot L^2}{8}.$$

Fig. 9.

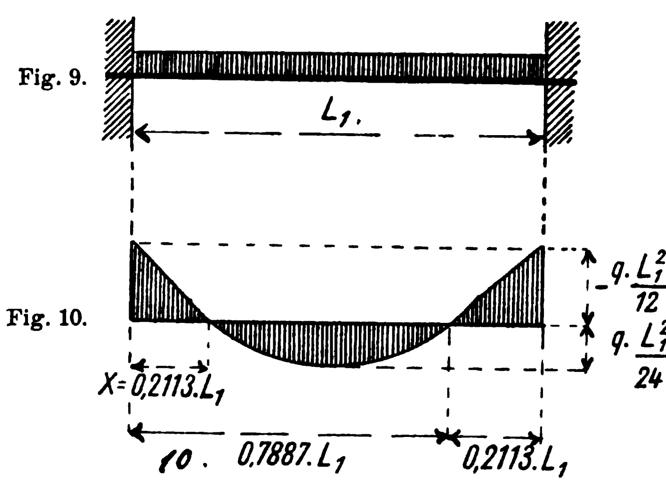


Fig. 10.

Für gänzlich in Eisenbeton ausgeführte Gebäude wird man häufig die Decken als in so starrer Verbindung mit den vertikalen Mauern ansehen können, dass die Berechnungsweise des eingespannten Balkens angewandt werden kann. Für einen nach Fig. 9 gelagerten bezw. eingespannten Balken ergibt sich bei gleichmässig verteilter Belastung eine Momentenfigur wie in Fig. 10 dargestellt. Das Grösstmoment in der Deckenmitte beträgt bei einer Gesamtbelastung $Q = q \cdot L_1$

$$M_m = \frac{Q \cdot L_1}{24} = \frac{q \cdot L_1^2}{24}.$$

An den Einspannstellen folgt das negative Moment

$$M_s = -\frac{QL_1}{12} = -\frac{q \cdot L_1^2}{12}.$$

Entsprechend der Umkehrung des Momentenvorzeichens wird alsdann auch eine Vertauschung der Druck- und Zugzone eintreten, und demgemäss sind die Eiseneinlagen anzuordnen. Die prinzipielle Anordnung derselben geht aus den Figuren 11 bis 14 hervor. Zu bemerken ist, dass die Anordnung Fig. 13 nicht einwandsfrei ist, da der Momentennullpunkt bei veränderlicher Belastung — und mit solcher muss doch im allgemeinen gerechnet werden — auch eine veränderliche Lage hat. Die Grösse x, welche aus Fig. 10

Fig. 11. Eisen

L_1

Fig. 12. Eisen

x x

Fig. 13.

zu $0,2113 \cdot L_1$ ermittelt werden kann[1]) ist dann also eine veränderliche Grösse, und es verdienen daher Anordnungen, wie in Fig. 11, 12, 14 dargestellt, den Vorzug, da bei ihnen die Eiseneinlagen auch bei veränderlichem x zur richtigen Geltung kommen.

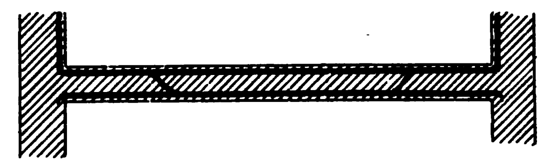


Fig. 14.

In den weitaus meisten Fällen wird man indes nicht mit einer vollkommenen Einspannung an den Balkenenden rechnen können, da die Widerlags- oder Einspannungsmauern doch auch keine starren, sondern elastische Gebilde sind. Je nach der Stärke der Mauern werden sie selbst infolge der von den Balken oder Decken ausgeübten Momente Deformationen erleiden. Damit fällt aber für die Decke der Begriff der starren Einspannung. Man nimmt in solchem Falle zweckmässig eine „teilweise" Einspannung an. Die Momentenfigur für eine derartige Einspannung muss offenbar ein Mittelding sein zwischen Fig. 8 und Fig. 10. Je nach dem Grade der Einspannung verkleinert sich das Einspannmoment von $\frac{qL_1^2}{12}$ bis auf Null, während das Moment in der Feldmitte von $\frac{q \cdot L_1^2}{24}$ bis auf $\frac{q \cdot L^2}{8}$ wächst. Für halbe Einspannung könnte man das Einspannmoment gleich dem Moment in der Mitte setzen und mit $\frac{q \cdot L_1^2}{16}$ in Rechnung führen. Die Grösse x (Fig. 10, 12, 13) folgt in diesem Falle zu $0,147 \cdot L_1$.

Will man selbst diesen Grad der Einspannung noch nicht annehmen, so kann man der Berechnung ein Moment $\frac{q \cdot L_1^2}{10}$ bis $\frac{q \cdot L_1^2}{15}$ zugrunde legen. Letztere Grössen könnten auch in Rücksicht gezogen werden, wenn es sich um zwischen Träger gestampfte Voutendecken handelt, bei denen die Eiseneinlagen mit den Trägern fest verankert sind (Fig. 14a).

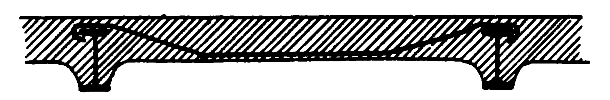


Fig. 14a.

Ausser den beiderseits frei aufliegenden und den eingespannten Balken kommen für den Eisenbetonbau häufig noch kontinuierliche Tragsysteme in Betracht. Nach den preussischen amtlichen Vorschriften darf bei kontinuierlichen Eisenbetonbalken

---

1) Die Grösse x folgt aus $\frac{qL_1^2}{24} = \frac{q(L_1-2x)^2}{8}$, $\quad \frac{L_1^2}{3} = L_1^2 - 4L_1x + 4x^2$,

$$x^2 - L_1x + \frac{1}{6}L_1^2 = 0, \qquad x = \frac{L_1}{2} \pm \sqrt{\frac{L_1^2}{4} - \frac{L_1^2}{6}} = \begin{Bmatrix} 0,7887 \\ 0,2113 \end{Bmatrix} L_1.$$

das Moment in der Feldmitte zu $^4/_5$ desjenigen bei freier Lagerung auf zwei Stützen in Rechnung gezogen werden, sofern ein genauer rechnerischer Nachweis für die Grössen der Momente nicht geführt wird. Die Grössen der Stützenmomente sollen in diesem Falle gleich den Maximalmomenten zwischen den Stützen der beiderseits frei gelagert gedachten Balken angenommen werden. Bei gleichmässig verteilter Belastung und gleichgrossen Stützenentfernungen L wären somit die Feldmomente in der Grösse $\frac{4}{5} \cdot \frac{q \cdot L^2}{8}$ und die Stützenmomente zu $\frac{q \cdot L^2}{8}$ zu berücksichtigen.

Die genaue Berechnung der kontinuierlichen Systeme unter Berücksichtigung aller tatsächlich vorhandenen Umstände ist schwierig, und man wird sich daher stets mit einer etwas vereinfachten Berechnung helfen müssen. So z. B. würde die durch Fig. 15 dargestellte Deckenkonstruktion eine Einspannung an den Enden erleiden und über den Stützen gleichzeitig neben den aus der Kontinuität hervorgehenden Momenten noch solche infolge der starren Verbindung mit den Stützen.

Fig. 15

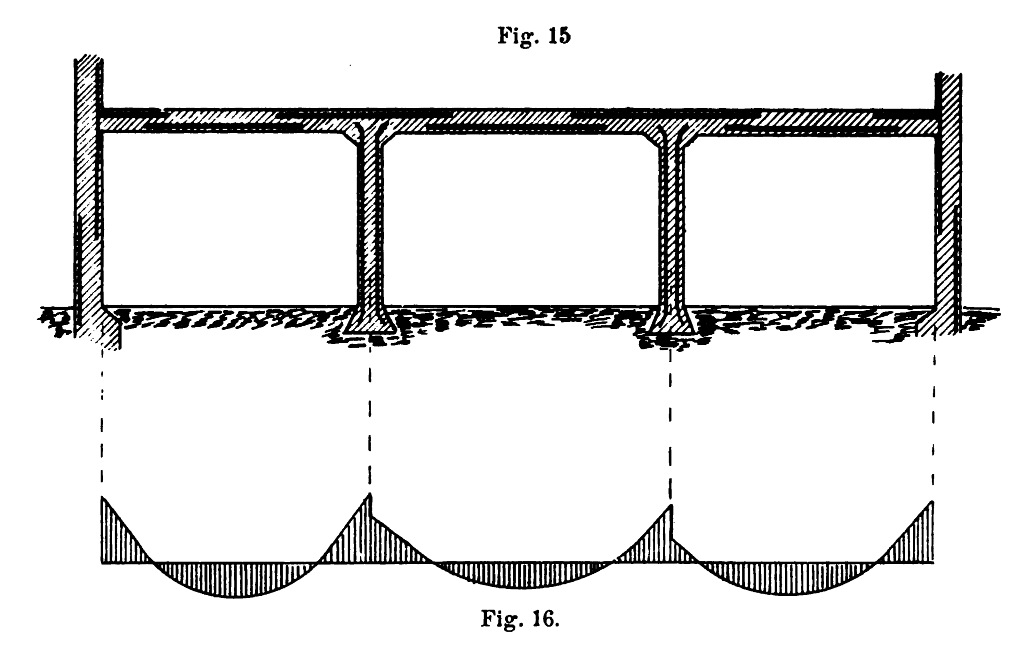


Fig. 16.

In allgemeinster Form würde man also eine Momentenfigur erhalten, ähnlich der in Fig. 16 dargestellten. Es wird hier zumeist für die Decken- oder Balkenberechnung die vereinfachende Annahme gemacht, dass eine starre Verbindung über den Säulen und in den Mauern nicht vorhanden ist. An den Enden werden demnach Einspannmomente nicht berücksichtigt und die Momentenbestimmung für die über die Stützen kontinuierlich verlaufende Konstruktion kann durch Anwendung der Clapeyson'schen Gleichungen erfolgen. Bei Anordnung der Eiseneinlagen wird man aber häufig berücksichtigen müssen, dass die gemachten Annahmen den wirklichen Umständen nicht entsprechen und dass eine gewisse Einspannung vorhanden sein kann, auch wenn sie rechnerisch vernachlässigt wurde. Die Armierung müsste also für den durch Fig. 15 gegebenen Fall ungefähr wie gezeichnet angeordnet werden, auch wenn die Einspannmomente für die Berechnung zu Null angenommen waren. Es soll daher hier ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass bei der

Eigenart der Verbundwirkung zwischen den beiden Baustoffen, insbesondere auch wegen der ausserordentlich geringen Zugfestigkeit des Betons stets eine möglichst vorsichtige statische Untersuchung der kontinuierlichen und eingespannten Konstruktionen geboten ist. Aus diesem Grunde soll auch hier auf weitere Angaben zur angenäherten Behandlungsweise solcher Konstruktionen verzichtet werden, da eine nicht ganz folgerichtige und überlegte Anwendung nur nachteilig werden kann. Die Berechnung der kontinuierlichen Systeme fällt ausserhalb des Rahmens dieses Elementarbuches zur Einführung in die Eisenbetonbaustatik.

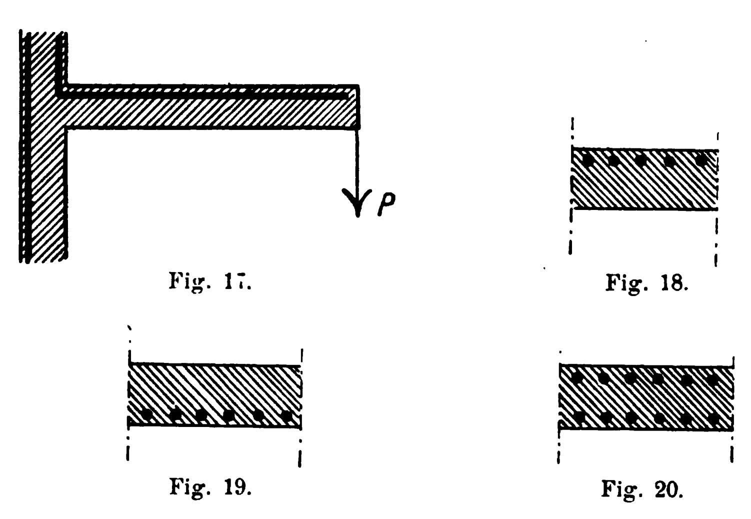


Fig. 17. Fig. 18.

Fig. 19. Fig. 20.

Fig. 17 zeigt die schematische Anordnung einer frei auskragenden Konstruktion und die Figuren 18, 19 und 20 geben im Prinzip Querschnittsanordnungen bei einfach oder doppelt armierten Betonkonstruktionen.

Wenn es sich um die Überdeckung kleiner Räume handelt, kann man mit Vorteil eine kreuzweise Armierung zur Anwendung bringen, wie sie durch die Figuren 21, 21a und 21b zur Anschauung gebracht ist. In diesem Falle darf, solange die Längsdimension L′ kleiner oder gleich bleibt der 1,5 fachen Breitendimension L_b, die Querschnittbestimmung aus dem Moment $\frac{q \cdot L_b^2}{12}$ erfolgen, indem die Decke als eine auf vier Seiten aufliegende Platte betrachtet wird.

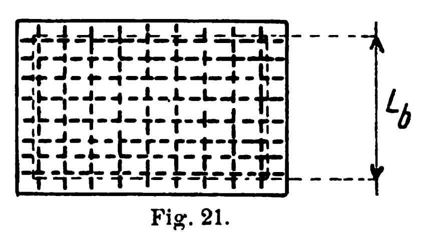


Fig. 21.

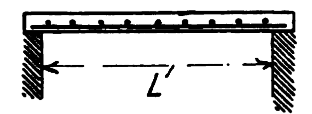


Fig. 21a.

Durch Anordnung solcher Eiseneinlagen, wie in den Figuren 11—21 dargestellt, ist indes die Verbundwirkung noch nicht unbedingt erreicht; denn so wie z. B. ein Holzbalken längs seiner Neutralaxe aufreissen kann, wenn seine Querschnittsdimensionen der horizontalen Schubkraft nicht genügen (siehe Fig. 22), so ist ein Abscheren in gleicher Weise

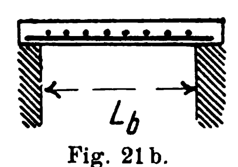


Fig. 21b.

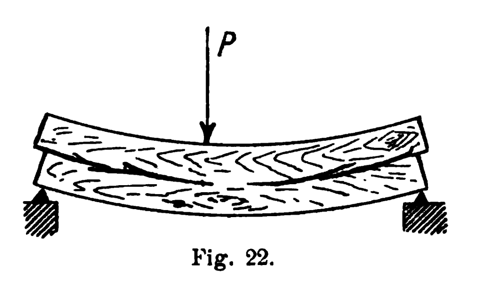


Fig. 22.

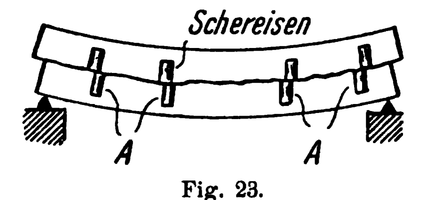


Fig. 23.

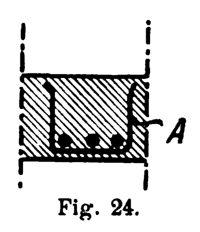


Fig. 24.

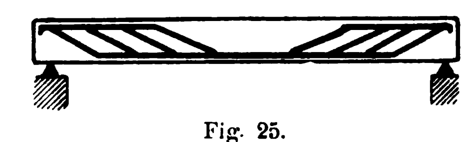


Fig. 25.

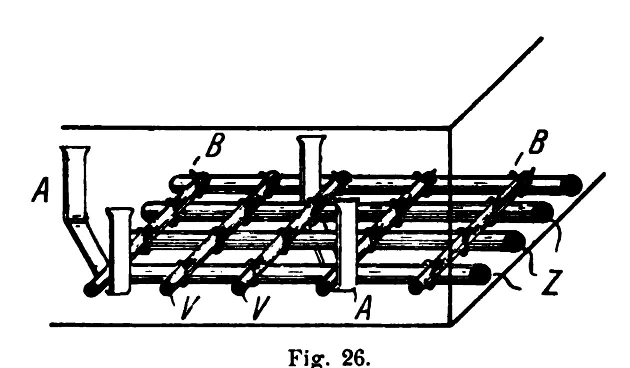


Fig. 26.

bei dem Beton möglich, wenn die Schubkraft grösser ist, als die Scherfestigkeit aufzunehmen gestattet. Wird nun aber die Zugzone mit der Druckzone durch vertikale Eiseneinlagen gleichsam verbunden, so könnte ein Abscheren des Betons im Sinne der Fig. 23 erst nach Überwindung der Scherfestigkeit der Eiseneinlagen A eintreten. Man ordnet diese Einlagen in Form von Bügeln an, welche um die früher erörterten Längseisen greifen (Fig. 24) und somit durch Erhöhung der Scherfestigkeit wesentlich die Verbundwirkung vergrössern. Dieselbe Wirkung wird auch dadurch erreicht, dass man entsprechend der allmählichen Abnahme der Momente und demnach auch der Zugbeanspruchungen die für die Zugfestigkeit entbehrlichen Einlagen schräg aufbiegt und in die Druckzone hineinführt (Fig. 25).

Ausser den Zugeiseneinlagen und den Bügeln zur Erhöhung der Scherfestigkeit kommen noch als Einlagen sogenannte Verteilungsstäbe in Betracht. Diese werden auf die Zugeisen und zwar quer zu diesen gelegt. Ihr Zweck besteht darin, die wirkenden Kräfte möglichst gleichmässig auf die Zugeisen zu übertragen und ferner, die Entfernung der letzteren von einander unverschieblich festzulegen, da sonst bei der Stampfarbeit sehr leicht ein Ausweichen der Armierungseisen aus der richtigen Lage eintreten kann. Zu diesem Zwecke werden die Verteilungs- mit den Zugstäben an den Kreuzungsstellen durch 0,6—1 mm starke Bindedrähte fest miteinander verbunden. Fig. 26 gibt schema-

tisch eine Zusammenstellung der für die Armierung erforderlichen Eisen. Es bedeutet:

Z die Zugeisen oder Tragstäbe, deren Querschnittabmessungen statisch ermittelt werden müssen,
V die Verteilungsstäbe, welche aus Rundeisen von 6—10 mm Durchmesser bestehen und in Entfernungen von 10—30 cm verlegt werden,
B die Verbindungsdrähte an den Kreuzstellen der Trag- und Verteilungsstäbe,
A die vertikalen Bügel, deren Zahl und Querschnittabmessungen aus den Scher- und Schubkräften bestimmt werden müssen.

Die vielgestaltige Anwendungsmöglichkeit bei Eisenbeton gestattet es natürlich auch, glatte Platten- oder Deckenkonstruktionen durch Verstärkungsrippen gleichsam wie mit Unterzügen zu versehen und dadurch die Tragkraft wesentlich zu erhöhen, sowie gleichzeitig die Materialausnützung möglichst vorteilhaft zu erzielen. Fig. 27 zeigt die allgemeine Anordnung einer solchen Rippendecke. Wegen der Verbindung einer Platte mit einem Balken nennt man diese Rippendecken auch Plattenbalkendecken. Sofern die Entfernung der Rippen von einander beträchtlich ist, muss natürlich auch eine Armierung der horizontalen Platte erfolgen (Fig. 28, 29).

Die tragende Breite b des zu einem Balken gehörigen, horizontalen Deckenteiles darf nach den amtlichen Bestimmungen nur solange gleich der Rippenentfernung B gesetzt werden (Fig. 29 und 30), als die Rippenentfernung $^1/_3$ der Balkenspannweite L nicht überschreitet. Ist aber die Rippenentfernung $B > \frac{L}{3}$, so darf b nur zu $\frac{L}{3}$ angenommen werden (Figur 31).

Fig. 32, 33, 34 und Figur 35 zeigen allgemein die Armierungsanordnung bei Gewölben und Fig. 36 bei einer grösseren Konstruktion aus Gewölben mit Unterzügen.

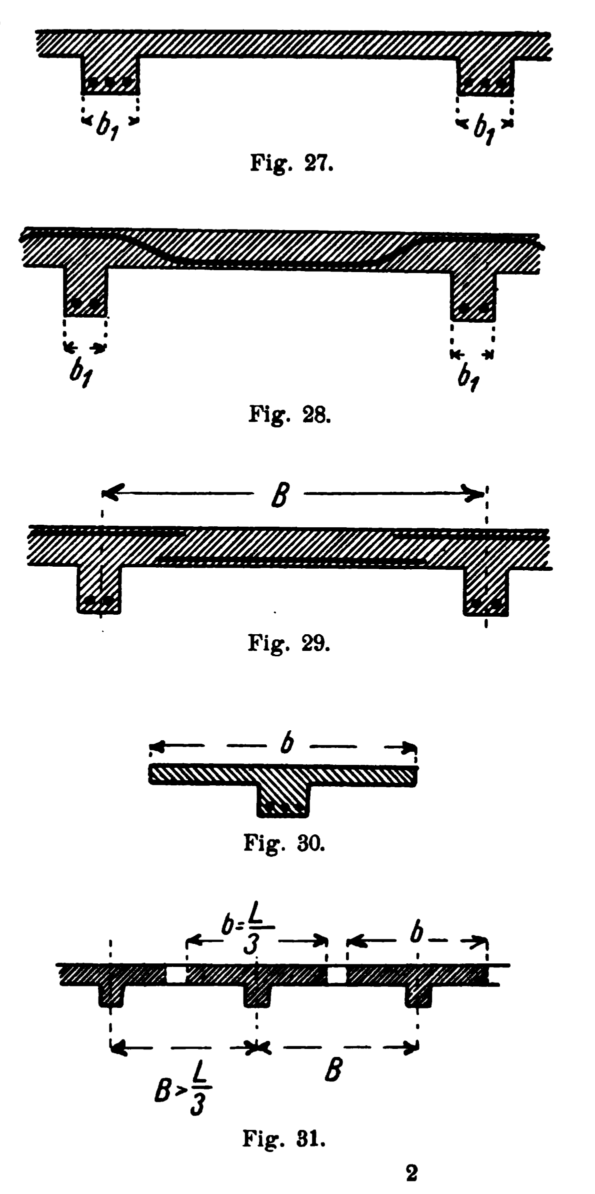


Fig. 31.

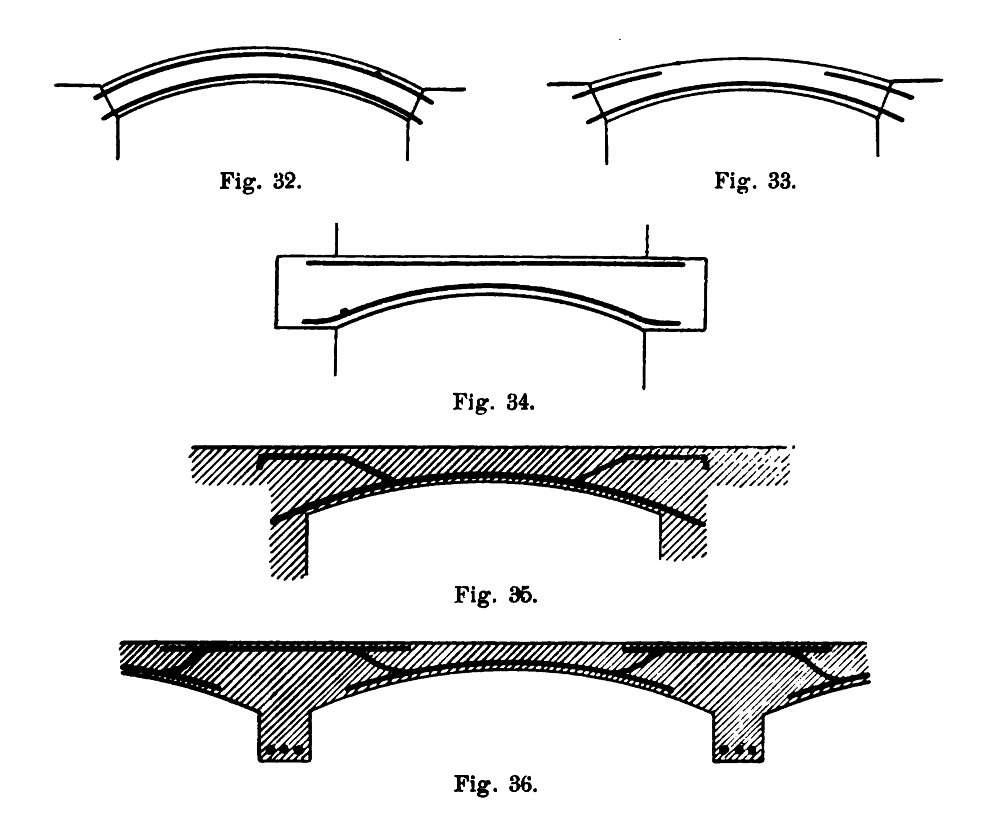


Fig. 32.

Fig. 33.

Fig. 34.

Fig. 35.

Fig. 36.

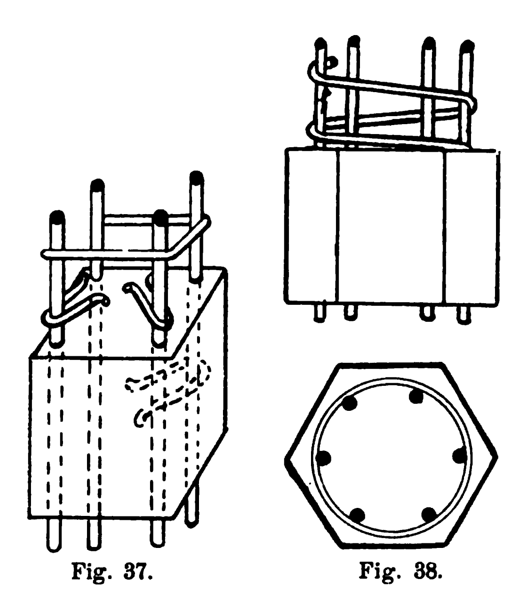


Fig. 37.

Fig. 38.

Bei Stützen wird die Armierung entsprechend der Figur 37 durchgeführt. Die Längseiseneinlagen sind zur Verhütung des Ausknickens mit dem Betonkern gleichsam verankert und untereinander verbunden. Die Entfernungen dieser Querverbindungen untereinander sind am besten rechnerisch zu ermitteln, sollen aber im allgemeinen das Mass der kleinsten Säulenquerschnittsdimensionen bezw. 30 cm nicht überschreiten. Eine ganz ausserordentlich hohe Tragkraft der Säulen wird erreicht, wenn um die vertikalen Eiseneinlagen andere, dünnere Eisen in spiralförmiger Form gewunden worden sind (Fig. 38). Bei derart hergestellten Verbundkörpern wurden Druckfestigkeiten bis zu ca. 700 kg/qcm erzielt.

6. Die Querschnittspannungen im nicht armierten Betonbalken.

In der Biegungslehre wird nach Navier angenommen, dass ein vor der Biegung ebener und senkrecht zur Stabaxe stehender Querschnitt auch nach eingetretener Verbiegung des Stabes eben bleibt und senkrecht zur gebogenen Stabaxe im Durchdringungspunkt stehe (siehe Fig. 39 und 39 a). Die früher parallelen Flächen

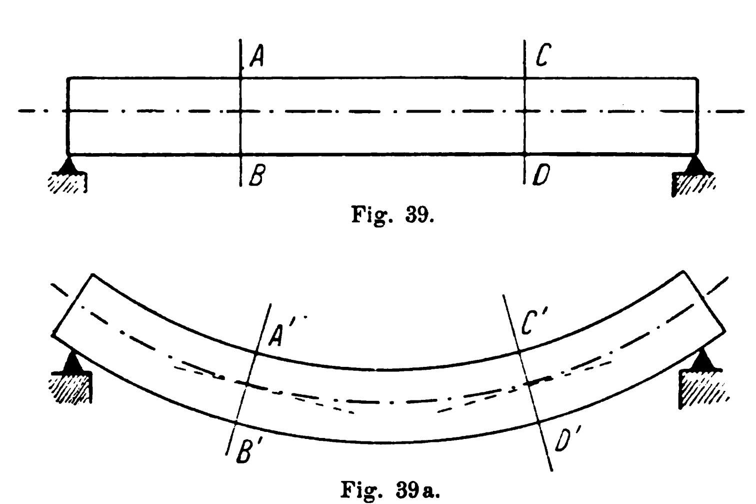


Fig. 39.

Fig. 39 a.

A B und C D sind alsdann in die gegeneinander geneigten Flächen A'B' und C'D' übergegangen. Denkt man sich die Entfernung zwischen den beiden Querschnitten A B und C D ziemlich klein, so kann man das zwischen den Schnitten liegende, vor der Verbiegung im Längsschnitt rechteckige Balkenstück nach der Verbiegung als ein Trapez A'B'D'C' (Fig. 40) ansehen[1]). Wenn sonach die Verkürzungen und Verlängerungen der Materialfasern von der Neutralschicht N-N aus geradlinig zunehmen, so gilt dann für diejenigen Baustoffe, bei denen die Dehnungen sich proportional zu den Spannungen verhalten, dass auch letztere von der Neutralfaser aus geradlinig nach aussen hin wachsen. Für die Spannungsverteilung im Querschnitt gelten dann Beziehungen, wie sie durch die Fig. 40 a zum Ausdruck gebracht sind. Insbesondere gilt

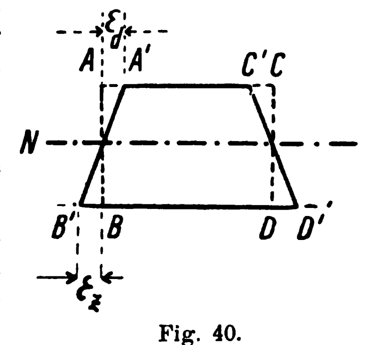


Fig. 40.

$$\epsilon = \alpha \cdot \sigma$$

und

$$\sigma = \frac{\epsilon}{\alpha} = E \cdot \epsilon .$$

1) Die Behauptung, dass vorher ebene Querschnitte auch nach der Biegung eben bleiben, wird jetzt nicht mehr aufrecht erhalten; insbesondere trifft sie für Eisenbetonkörper nicht zu. Sie wird jedoch zunächst noch den Berechnungen zu Grunde gelegt.

Anders verhält es sich nun aber mit dem Beton, für welchen bekanntlich die Gleichung

$$\epsilon = \alpha_{bo}\sigma^m = \frac{\sigma^m}{E_{bo}}$$

Geltung hat. Es ist demnach

$$\sigma = \sqrt[m]{\frac{\epsilon}{\alpha_{bo}}} = \sqrt[m]{E_{bo} \cdot \epsilon}.$$

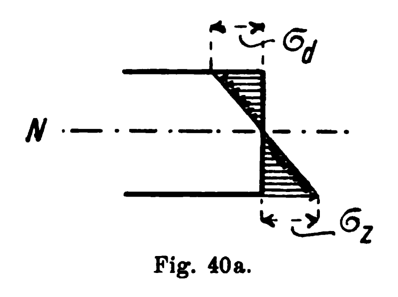


Fig. 40a.

Der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen ist identisch mit demjenigen Beanspruchungswert, welcher sich nach dem durch Fig. 40a ausgedrückten Gesetz ergeben würde, welcher also für $m = 1$ folgt. Nun ist aber $m > 1$, und daraus ergibt sich, dass für alle Werte $\frac{\epsilon}{\alpha_{bo}} = E_{bo} \cdot \epsilon < 1$ der Wurzelwert $\sqrt[m]{E_{bo} \cdot \epsilon} > E_{bo}\epsilon$ ist.

Für $\frac{\epsilon}{\alpha_{bo}} = E_{bo} \cdot \epsilon = 1$ folgt natürlich auch

$$\sigma = \sqrt[m]{E_{bo} \cdot \epsilon} = \sqrt[m]{1} = 1.$$

Ist aber $\frac{\epsilon}{\alpha_{bo}} = E_{bo} \cdot \epsilon > 1$, so ergibt sich

$$\sigma = \sqrt[m]{E_{bo} \cdot \epsilon} < E_{bo} \cdot \epsilon.$$

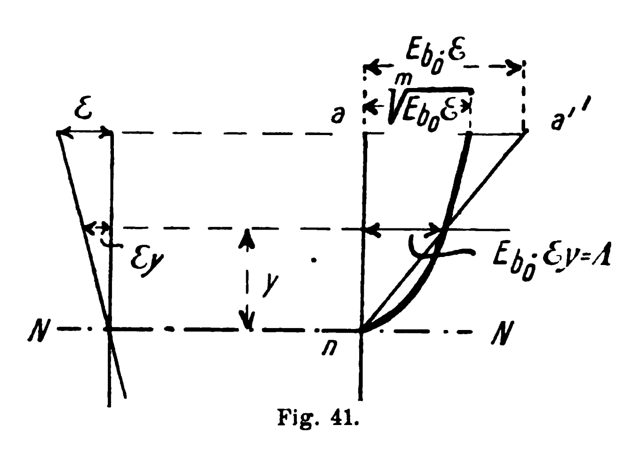


Fig. 41.

Der Verlauf der Spannungslinie ist also derart, dass sie zunächst, vom Neutralpunkt n an verfolgt, ausserhalb des Dreieckes n a a′ verbleibt, welches für $m = 1$ aus der Beziehung $\epsilon = \alpha_{bo} \cdot \sigma$ folgen würde. In einer bestimmten Entfernung y von der Neutralaxe wird sich das Produkt $\epsilon_y \cdot E_{bo}$ zu 1 ergeben und bei dieser Entfernung y schneidet demnach die Spannungskurve $\sigma = \sqrt[m]{E_{bo} \cdot \epsilon}$ die durch $E_{bo} \cdot \epsilon$ ausgedrückte gerade Linie n a′. Oberhalb dieses Schnittpunktes bleibt die Spannungskurve innerhalb des Dreieckes n a a′ (siehe Fig. 41).

Eine ähnliche Kurve folgt für die Zugzone. Der Elastizitätsmodul für Zug ist aber nur bei ganz geringen Beanspruchungen ungefähr grössengleich demjenigen für Druck, während er mit wachsender Beanspruchung wesentlich rascher sinkt, als es für Druck konstatiert worden war. Die Zahl m wäre somit zweckmässig als Veränderliche einzuführen, welche bei geringen Beanspruchungen (in der Nähe der Neutralfaser) angenähert gleich dem entsprechenden Wert für Druck ist, während sie mit wachsender Beanspruchung auch selbst grösser wird. Es bedeutet dies, dass ein bestimmtes Wachstum einer Zugbeanspruchung eine wesentlich grössere Dehnung zur Folge hat, als sich eine Zusammenpressung bei demselben Wachstum der Beanspruchung auf Druck ergeben würde. Die Spannungskurve der Zugbeanspruchungen wird also nach Ablauf einer etwas schärferen Krümmung einen erheblich flacheren Verlauf nehmen als die Druckkurve. Fig. 42 gibt das Dehnungs- und Spannungsdiagramm für einen Betonbalken. Da die horizontalen Druck- und Zugkräfte im Querschnitt eines auf reine Biegung beanspruchten Balkens sich gegenseitig aufheben müssen, so ergibt sich aus den ungleichen Festigkeitsverhältnissen für Druck und Zug eine Verschiebung der Nullinie aus der Schweraxe und zwar wandert sie offenbar nach der Seite der grösseren Festigkeit, also nach der Druckseite hin. Für einen Baustoff, welcher ähnliche Festigkeitseigenschaften hätte wie Beton, für welchen aber die Spannungen in gerader Linie proportional den Dehnungen wären (m = 1), würde sich das Dehnungs- und Beanspruchungsdiagramm gemäss der Fig. 43 darstellen. Für einen Baustoff hingegen, welcher bei m = 1 auch noch gleiche Festigkeits- und Elastizitätseigenschaften in der Druck- sowie der Zugzone aufweist, gilt das Diagramm Fig. 44.

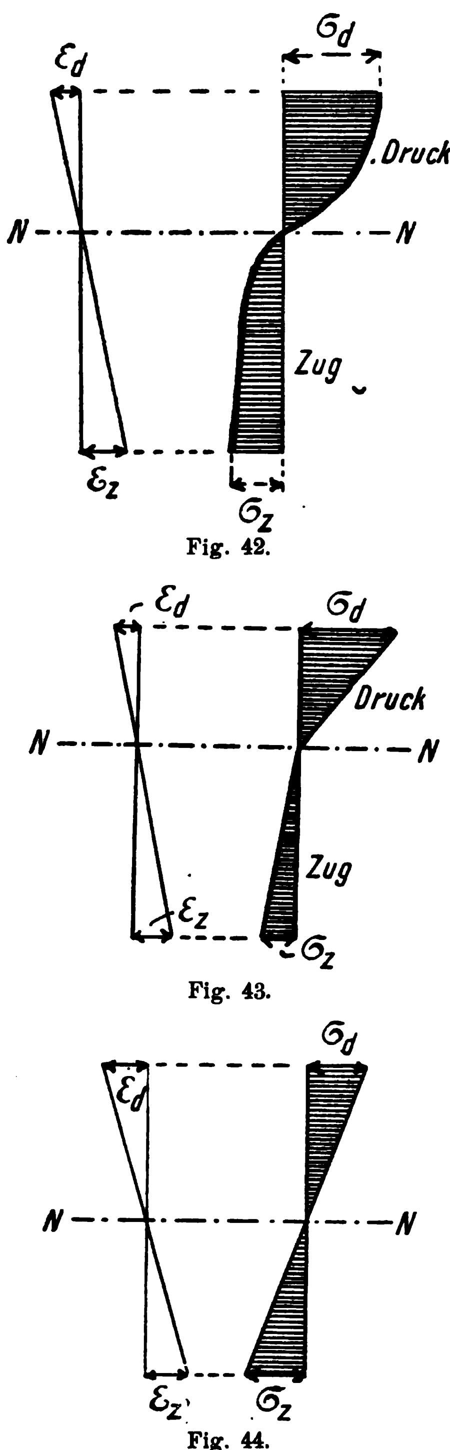


Fig. 42.

Fig. 43.

Fig. 44.

B. Die Statik der Eisenbetonkörper.

1. Allgemeine Einführung in die Berechnung.

Die amtlichen Vorschriften für Preussen enthalten die Bedingung, dass für die Berechnungen Proportionalität zwischen Dehnung und Spannung angenommen werden soll. Da die Längenänderungen der einzelnen Fasern nach aussen hin geradlinig zunehmen, so gibt die obige Vorschrift also auch eine geradlinige Veränderung der Beanspruchungen an. Obwohl also zwischen Dehnung und Spannung bei Beton das Gesetz $\epsilon = \alpha_{bo} \cdot \sigma^m$ gilt, so soll demnach doch in der Berechnung $m = 1$ angenommen und die Bedingung $\varepsilon = \alpha_b \cdot \sigma$ als massgebend für die statische Untersuchung angesehen werden. Für $\alpha_b = \frac{1}{E_b}$ ist natürlich der den im Mittel vorkommenden Beanspruchungen von 25–40 kg/qcm entsprechende Wert $\frac{1}{145\,000}$ zu setzen.

Nach den Erörterungen im vorangegangenen Abschnitt liefert das tatsächliche Dehnungsgesetz $\epsilon = \alpha_{bo} \cdot \sigma^m$ für $\sigma > 1$ kleinere Beanspruchungen als das Gesetz $\epsilon = \alpha_b \cdot \sigma$ und da die Betonbeanspruchung im allgemeinen zwischen 25 und 40 kg/qcm liegen und somit grösser als eins sein wird, so liefert das der Berechnung zugrunde zu legende Dehnungs- und Beanspruchungsgesetz grössere Randspannungen als tatsächlich auftreten werden. In der amtlichen Vorschrift liegt somit eine wesentliche Erleichterung der Berechnung, wie auch eine Erhöhung der Sicherheit. Um einen Anhalt zu erlangen über die Grösse dieser Sicherheitserhöhung, setzen wir

$$\sigma = \frac{\epsilon}{\alpha_b} = E_b \cdot \epsilon.$$

Die tatsächlich vorhandene Beanspruchung σ_v ergibt sich aber aus dem Potenzgesetz zu

$$\sigma_v = \sqrt[m]{\frac{\epsilon}{\alpha_{bo}}} = \sqrt[m]{E_{bo} \cdot \epsilon}.$$

Nun ist nach unseren früheren Ausführungen E_{bo} zu 250000 kg/qcm anzunehmen, während für E_b der Mittelwert 145000 kg/qcm gesetzt werden soll. Man kann demnach angenähert $E_{bo} = \frac{250\,000}{145\,000} \cdot E_b$ setzen, so dass folgt

$$\sigma_v = \sqrt[m]{\frac{250\,000}{145\,000} \cdot E_b \cdot \epsilon} = \sim \sqrt[m]{1{,}7 \cdot E_b \cdot \epsilon}.$$

Da nun $E_b \cdot \epsilon = \sigma$ ist, so resultiert

$$\sigma_v = \sqrt[m]{1{,}7 \cdot \sigma} = 1{,}3 \cdot \sqrt[m]{\sigma}.$$

Wählt man eine zulässige Beanspruchung $\sigma = 40$ kg/qcm, so würde derselben bei $m = 1{,}16$ nur eine tatsächliche Inanspruchnahme von

$$\sigma_v = 1{,}3 \cdot \sqrt[1{,}16]{40} = \sim 31 \text{ kg/qcm}$$

entsprechen. Die **wirkliche** Beanspruchung wäre in diesem Falle also angenähert 25 v. H. **niedriger** als die angenommene.

Die Querschnittsberechnung ist zunächst so durchzuführen, als ob der Beton Zugspannungen überhaupt nicht aufnehmen könnte. Man nimmt also bei der statischen Untersuchung an, dass der Beton in der Zugzone bereits gerissen sei (Fig 45) und dass demnach das Eisen in der Zugzone alle Zugkräfte allein aufnehmen müsse. Diese Massregel ist wohl begründet in der geringen Zugfestigkeit des Betons.

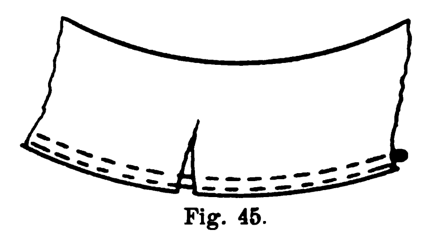


Fig. 45.

Wenn nun auch das Reissen des Betons erst den der Festigkeitsberechnung zugrunde gelegten Zustand schafft, so ist dasselbe doch nicht gerade erwünscht, weil an den Rissstellen die Eiseneinlagen mit Luft in Berührung kommen können, und somit eine Rostgefahr erzeugt wird. Diese Gefahr ist allerdings im allgemeinen sehr gering, weil das Eisen auch an den Betonrissstellen noch mit einer dünnen, die Rostbildung verhindernden Schicht von Zement behaftet bleibt. Die Rostgefahr kann jedoch grösser werden, wenn die fragliche Eisenbetonkonstruktion in hohem Masse den Einflüssen von Witterung, Nässe und schädlichen Rauchgasen ausgesetzt ist. Für diesen Fall allerdings würde es geboten sein, die statische Berechnung auch noch nach der Richtung hin durchzuführen, dass bei Berücksichtigung der Zugfestigkeit des Betons die Zugbeanspruchung desselben nicht die Bruchfestigkeit erreicht. Die amtlichen Vorschriften geben für diesen Fall die Bedingung, dass die Zuginanspruchnahme nur $^2/_3$ der Zugfestigkeit bei Biegung betragen soll. Eine Rissbildung dürfte alsdann unwahrscheinlich sein. Auf die statischen Untersuchungen unter Berücksichtigung der Zuginanspruchnahme des Betons soll in einem späteren Abschnitt näher eingegangen werden; bis auf weiteres aber schalten wir in den Berechnungen die Zugfestigkeit aus.

Unter Berücksichtigung aller vorangehend gegebenen Erörterungen würde sich also die Kräfteverteilung im Querschnitt eines einfach armierten Eisenbetonbalkens nach Fig. 46 und im Querschnitt eines doppelt armierten Balkens nach Fig. 47 ergeben. Die Dehnungen ändern sich gemäss den Figuren 46a und 47a geradlinig. Wir führen nun für die weiteren Berechnungen folgende Bezeichnungen ein:

σ_b = Betonrandspannung der Druckzone in kg/qcm,
σ_e = mittlere Eisenbeanspruchung in kg/qcm der Armierung der Zugzone,
σ_e' = mittlere Beanspruchung der Eiseneinlagen in der Druckzone in kg/qcm,
b = Breite des betrachteten Querschnittes in cm,
h = Höhe des betrachteten Querschnittes in cm,
a' = Entfernung der äusseren Betondruckfaser in cm von der Druckeisenschwerlinie,

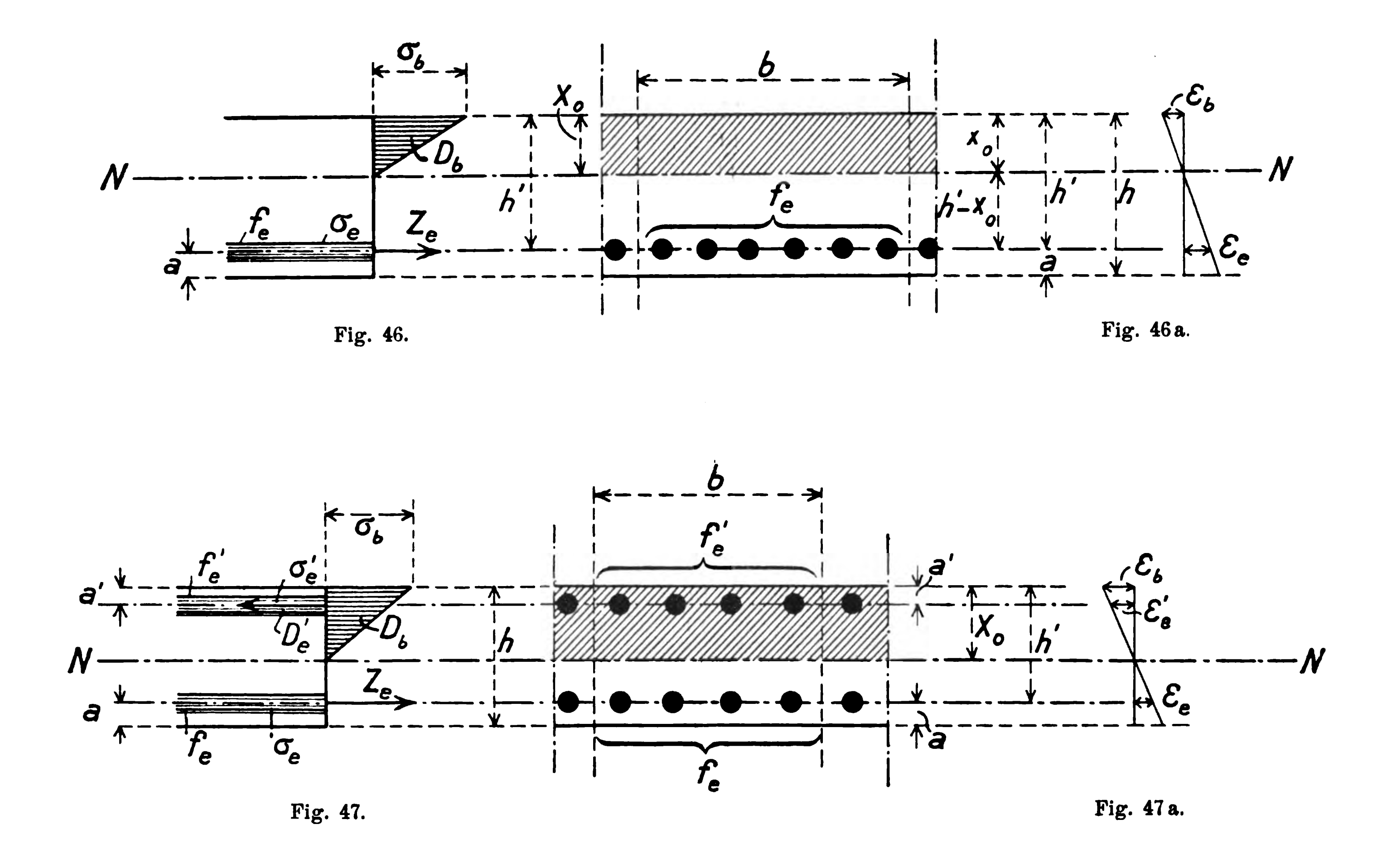


Fig. 46.

Fig. 46 a.

Fig. 47.

Fig. 47 a.

a = Entfernung der äussersten Betonfaser der Zugzone von der Zugeisenschwerlinie in cm,

$h' = h - a$ = Entfernung der Zugeisenschwerlinie von der äussersten Betondruckkante in cm, bezeichnet als „nutzbare Höhe“ [1]),

f_e = Zugeisenquerschnitt in qcm bei der betrachteten Breite b,

f_e' = Druckeisenquerschnitt in qcm bei der betrachteten Breite b,

β = Verhältniszahl für den Zugeisenquerschnitt f_e zu dem Betonquerschnitt $b \,.\, h'$, indem $\beta \,.\, b \,.\, h' = f_e$ gesetzt wird,

λ = Verhältniszahl für den Druckeisenquerschnitt f_e' zum Betonquerschnitt $b \,.\, h'$, indem $\lambda \,.\, b \,.\, h' = f_e'$ zu setzen ist,

x_0 = Entfernung der Neutralaxe von der äussersten Betondruckfaser in cm,

E_b = Elastizitätsmodul des Betons, gemäss den früheren Ausführungen im Mittel $= 145\,000$ kg/qcm,

E_e = Elastizitätsmodul des Eisens $= 2150000$ kg/qcm,

$n = \frac{E_e}{E_b} = \frac{2\,150\,000}{145\,000} = \sim 15$ = Verhältnis der Elastizitätszifter von Eisen zu der von Beton,

ϵ_b = Verkürzung der äussersten Betondruckfaser,

ϵ_e' = Verkürzung der Druckeiseneinlage,

ϵ_e = Verlängerung der Zugeiseneinlage,

$\alpha_b = \frac{1}{E_b}$ = Dehnungskoeffizient für Beton,

$\alpha_e = \frac{1}{E_e}$ = Dehnungskoeffizient für Eisen,

$D_b = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b$ = Betondruckkraft in kg,

$D_e' = f_e' \,.\, \sigma_e'$ = Druckkraft in der Druckarmierung in kg,

$Z_e = f_e \,.\, \sigma_e$ = Zugkraft in der Zugarmierung in kg.

Es gelten nunmehr unter Hinweis auf die Fig. 46, 46a, 47 und 47a folgende allgemeine Beziehungen:

$$\epsilon_b = \alpha_b \,.\, \sigma_b = \frac{\sigma_b}{E_b}$$

$$\epsilon_e = \alpha_e \,.\, \sigma_e = \frac{\sigma_e}{E_e}$$

$$\epsilon_b : \epsilon_e = x_0 : h' - x_0 = \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e}{E_e} = \frac{\sigma_b}{\sigma_e} \cdot \frac{E_e}{E_b}$$

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{E_b}{E_e} \cdot \frac{x_0}{h' - x_0}.$$

1) Bei Vernachlässigung der Betonzugspannung bildet die Betonschicht a statisch totes Material, welches indes zur Erzielung der Haftung zwischen Eisen und Beton sowie des Rostschutzes nötig ist. Die „nutzbare Höhe“ ist also nicht h sondern h'.

1) . . . . $$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{E_e}{E_b} \cdot \frac{h'-x_0}{x_0} = n \cdot \frac{h'-x_0}{x_0}$$

2) . . . . $$\sigma_e = \sigma_b \,.\, n \cdot \frac{h'-x_0}{x_0}$$

3) . . . . $$\sigma_b = \sigma_e \cdot \frac{x_0}{n(h'-x_0)}$$

Aus Gleichung 1 folgt:

$$x_0 \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n \,.\, x_0 = n \,.\, h'$$

$$x_0 \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n\right) = n \,.\, h'$$

4) . . . . $$x_0 = \frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n} \cdot h'$$

Setzt man

$$\frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n} = c$$

so ist nunmehr

5) . . . . $$x_0 = c \,.\, h'$$

Die Beziehungen zwischen σ_b und σ_e' bei doppelter Armierung ergeben sich wie folgt:

$$\epsilon_b : \epsilon_e' = \alpha_b \,.\, \sigma_b : \alpha_e \,.\, \sigma_e' = \frac{\sigma_b}{E_b} : \frac{\sigma_e'}{E_e}$$

$$\frac{\epsilon_b}{\epsilon_e'} = \frac{x_0}{x_0-a'} = \frac{\sigma_b}{\sigma_e'} \cdot \frac{E_e}{E_b} = n \frac{\sigma_b}{\sigma_e'}$$

6) . . . . $$\frac{\sigma_e'}{\sigma_b} = n \cdot \frac{x_0-a'}{x_0}$$

7) . . . . $$\sigma_e' = \sigma_b \,.\, n \frac{x_0-a'}{x_0}$$

8) . . . . $$\sigma_b = \sigma_e' \frac{x_0}{n(x_0-a')}$$

2. Die Betonplatte mit Armierung der Zugzone.

Die Fundamentalsätze für das Gleichgewicht der äusseren und inneren Kräfte eines Balkens lauten bekanntlich:

1. Summe aller Vertikalkräfte = o.
2. „ „ Horizontalkräfte = o.
3. „ „ Momente = o.

Diese Bedingungen gelten natürlich ganz allgemein und sie bilden die Grundlage für die Berechnung.

Da die Summe aller Horizontalkräfte gleich Null sein muss, so folgt für den auf reine Biegung beanspruchten Balken

$$D_b - Z_e = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b - \sigma_e \,.\, f_e = 0.$$

Nach Gleichung 2 ist $\sigma_e = \sigma_b \,.\, n \cdot \frac{h' - x_0}{x_0}$, mithin

$$\frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b - \sigma_b \,.\, n \cdot \frac{h' - x_0}{x_0} \cdot f_e = 0$$

$$x_0^2 \cdot \frac{b}{2} - n \,.\, (h' - x_0) \,.\, f_e = 0$$

$$x_0^2 \cdot \frac{b}{2} + n x_0 f_e - n h' f_e = 0$$

$$x_0^2 + x_0 \cdot \frac{2 n f_e}{b} - \frac{2 n h' f_e}{b} = 0$$

$$x_0 = -\frac{n f_e}{b} \pm \sqrt{\left(\frac{n f_e}{b}\right)^2 + \frac{2 n h' f_e}{b}}$$

$$9) \quad \ldots \ldots \quad x_0 = \frac{n f_e}{b}\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2 b h'}{n f_e}}\right]$$

Es muss ferner das Moment der inneren Kräfte gleich dem der äusseren Kräfte sein. Der Druckmittelpunkt des gesamten Betondruckes D_b liegt nun in der Entfernung $^2/_3\, x_0$ von der Nullinie oder $^1/_3\, x_0$ vom obersten Plattenrande, so dass bei Annahme des Momentendrehpunktes in der Schwerlinie der Zugarmierung folgt:

$$M = D_b \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right) = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)$$

Hierin bedeutet M das Moment der äusseren Kräfte in cm/kg und ist ebenso wie das Moment der inneren Kräfte auf die Breite b zu beziehen. Es folgt für σ_b die Gleichung

10) . . . . $$\sigma_b = \frac{2M}{x_0 b\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)},$$

welche umgewandelt werden kann in

10a) . . . . $$\sigma_b = \frac{6M}{x_0 b(3h' - x_0)}$$

Setzt man für x_0 den durch Gleichung 5 bestimmten Wert $c.h'$, so geht die Gleichung für σ_b über in

11) . . . . $$\sigma_b = \frac{6M}{ch'b(3h' - ch)} = \frac{6M}{h'^2 . c . b(3 - c)}$$

Nimmt man den Betondruckmittelpunkt als Momentendrehpunkt an, so ist natürlich

$$M = Z . \left(h' - \frac{x_0}{3}\right) = f_e . \sigma_e . \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)$$

und es folgt daraus für σ_e

12) . . . . $$\sigma_e = \frac{M}{f_e \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

Man kann σ_e auch aus der Bedingung $D_b = Z$ bestimmen, indem dann

$$\frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b = f_e . \sigma_e$$

sein muss, also folgt:

13) . . . . $$\sigma_e = \frac{x_0 b \sigma_b}{2f_e}$$

Gleichung 12 kann wegen $x_0 = c . h'$ umgewandelt werden in

14) . . . . $$\sigma_e = \frac{3M}{f_e h'(3 - c)}$$

und Gleichung 13 geht aus gleichem Grunde über in

15) . . . . $$\sigma_e = \frac{ch'b\sigma_b}{2f_e}$$

Die Gleichungen 9 bis 15 lassen nun aber eine Querschnittsbestimmung der Eisenbetonplatte nicht unmittelbar zu, sondern sie gestatten nur die Berechnung

der Lage der Nullinie sowie der Beanspruchungen bei gegebenen Querschnittsverhältnissen. Nun ist aber gerade die Dimensionierung unter Einhaltung bestimmter Inanspruchnahmen der Materialien im allgemeinen das Endziel der statischen Berechnungen und es sollen daher aus den vorausstehend entwickelten Formeln andere abgeleitet werden, die dem Anfänger und Ungeübten das Auffinden der richtigen Querschnitte erleichtern.

Aus Gleichung 11 folgt z. B.

$$h'^2 = \frac{6M}{\sigma_b c b (3-c)}$$

16) . . . . . $$h' = \sqrt{\frac{6M}{\sigma_b c b (3-c)}} = \sqrt{\frac{6}{\sigma_b \,.\, c \,.\, (3-c)}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Würde man bei einer Eisenbetondecke die Breite b des betrachteten Streifens zu 100 cm annehmen, so wäre

17) . . . . $$h' = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{6}{\sigma_b \,.\, c \,.\, (3-c)}} \cdot \sqrt{M}$$

Aus Gleichung 14 ergibt sich

$$f_e = \frac{3M}{\sigma_e \,.\, h' \,.\, (3-c)}.$$

Für h' den Wert aus Gleichung 16 eingesetzt, erhält man

$$f_e = \frac{3}{\sigma_e \,.\, \sqrt{\frac{6 \,.\, (3-c)}{\sigma_b \,.\, c}}} \cdot \sqrt{M \,.\, b}.$$

18) . . . . $$f_e = \frac{3}{\sigma_e} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_b \,.\, c}{6(3-c)}} \cdot \sqrt{M \,.\, b}.$$

Für $b = 100$ cm resultiert

19) . . . . $$f_e = 10 \cdot \frac{3}{\sigma_e} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_b c}{6(3-c)}} \cdot \sqrt{M}.$$

Setzt man $\sqrt{\frac{6}{\sigma_b c (3-c)}} = A$ und $\frac{3}{\sigma_e} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_b \,.\, c}{6(3-c)}} = C$, so nehmen die Gleichungen 16 und 18 die Formen an:

20) . . . . $$h' = A \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}.$$

21) . . . . $$f_e = C \,.\, \sqrt{M \,.\, b}.$$

Für b = 100 ist

22) . . . . $h' = \frac{A}{10} \cdot \sqrt{M}.$

23) . . . . $f_e = 10 \,.\, C \,.\, \sqrt{M}.$

In nachstehender Tabelle sind für mehrere Beanspruchungen σ_e und σ_b die zugehörigen Werte c, A und C zusammengestellt, wobei die in $c = \frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n}$ enthaltene Verhältniszahlen gemäss unseren früheren Ausführungen zu 15 angenommen ist. Für zwischenliegende Werte σ_e und σ_b können die zugehörigen Grössen c, A und C durch geradlinige Interpolation gefunden werden.

σ_e	σ_b	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$	c	A	C	β[1])
1000	15	$66^2/_3$	$^9/_{49}$	0,8794	0,00121	0,00138
1000	17,5	$57^1/_7$	$^{21}/_{101}$	0,7686	0,00140	0,00182
1000	20	50	$^3/_{13}$	0,6852	0,00158	0,00231
1000	22,5	$44^4/_9$	$^{27}/_{107}$	0,6203	0,00176	0,00284
1000	25	40	$^3/_{11}$	0,5680	0,00194	0,00341
1000	27,5	$36^4/_{11}$	$^{33}/_{113}$	0,5258	0,00211	0,00402
1000	30	$33^1/_3$	$^9/_{29}$	0,4895	0,00228	0,00466
1000	32,5	$30^{10}/_{13}$	$^{39}/_{119}$	0,4591	0,00243	0,00533
1000	35	$28^4/_7$	$^{21}/_{61}$	0,4329	0,00261	0,00602
1000	37,5	$26^2/_3$	$^9/_{25}$	0,4102	0,00277	0,00675
1000	40	25	$^3/_8$	0,3900	0,00293	0,00750
950	40	$23^3/_4$	$^{12}/_{31}$	0,3850	0,00314	0,00815
900	40	$22^1/_2$	$^2/_5$	0,3798	0,00338	0,00889
850	40	$21^1/_4$	$^{12}/_{29}$	0,3744	0,00361	0,00974
800	40	20	$^3/_7$	0,3689	0,00395	0,01071
750	40	$18^3/_4$	$^{12}/_{27}$	0,3633	0,00431	0,01185
700	40	$17^1/_2$	$^6/_{13}$	0,3578	0,00472	0,01319
650	40	$16^1/_4$	$^{12}/_{25}$	0,3522	0,00520	0,01477
600	40	15	$^1/_2$	0,3464	0,00577	0,01667
550	40	$13^3/_4$	$^{12}/_{23}$	0,3406	0,00646	0,01898
500	40	$12^1/_2$	$^6/_{11}$	0,3348	0,00730	0,02182
450	40	$11^1/_4$	$^{12}/_{21}$	0,3287	0,00835	0,02540
400	40	10	$^3/_5$	0,3227	0,00968	0,03000

Hinsichtlich der Tabellenwerte A und C, demnach auch der Nutzhöhe h' und dem Eisenquerschnitt f_e, können aus der Zusammenstellung folgende Resultate gezogen werden:

1) Siehe Gleichung 24.

1. Einem wachsenden Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ entspricht eine wachsende Nutzhöhe h' und ein abnehmender Eisenquerschnitt f_e.
2. Einem kleiner werdenden Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ entspricht eine abnehmende Nutzhöhe h' und ein wachsender Eisenquerschnitt f_e.
3. Bei Annäherung an die obere Grenze des Tabellenwertes $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ ist ein ausserordentlich rasches Wachstum der Nutzhöhe h', aber nur eine geringe Abnahme von f_e zu beobachten.
4. Bei Annäherung an die untere Grenze des Tabellenwertes $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ zeigt sich eine ausserordentlich rasche Vergrösserung von f_e, dagegen nur eine geringe Abnahme von h'.

Die unter 3 und 4 ausgesprochenen Beobachtungsresultate führen dazu, im allgemeinen als für die Praxis in Frage kommenden oberen Grenzwert $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ das durch $\sigma_e = 1000$ kg/qcm und $\sigma_b = 20$ kg/qcm gegebene Verhältnis $\frac{1200}{20} = 50$ anzunehmen und nach unten hin nur bis zu dem Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{600}{40} = 15$ zu gehen.

Setzt man gemäss den früher gegebenen Bezeichnungen $f_e = \beta \,.\, b \,.\, h'$ in Gleichung 15 ein, so folgt

$$\sigma_e = \frac{ch'b\sigma_b}{2f_e} = \frac{ch'b\sigma_b}{2\beta bh'} = \frac{c\sigma_b}{2\beta}.$$

24) . . . . $$\beta = \frac{c}{2} \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_e}.$$

Die Werte für β sind in die voranstehende Tabelle ebenfalls eingefügt. Die mit 100 multiplizierten Werte von β geben den Prozentgehalt der Eisenarmierung in Bezug auf das Produkt $b \,.\, h'$.

Die Gleichung 9 war entwickelt worden aus

$$\frac{x_o^2 b}{2} - n(h' - x_o) \,.\, f_e = o.$$

Der erste Ausdruck $\frac{x_o^2 b}{2}$ stellt nun unter Hinweis auf Fig. 46 nichts anderes dar, als das statische Moment der schraffierten Fläche $x_o \,.\, b$ bezüglich der neutralen Faserschicht N — N, und der zweite Ausdruck $n \,.\, f_e \,.\, (h' - x_o)$ ist aufzufassen als das statische Moment des n-fach vergrössert gedachten Eisenquerschnittes f_e ebenfalls bezüglich der Nullinie N — N. Aus

$$\frac{x_o^2 b}{2} = nf_e \,.\, (h' - x_o)$$

folgt demnach, dass die Nullinie N—N zugleich Schwerlinie ist für den durch $b . x_0$ und $n . f_e$ gebildeten Querschnitt. Das Produkt $n . f_e$ kann dabei als ein den Eisenquerschnitt ersetzender Betonquerschnitt gedacht werden. Wir werden auf dieses an Hand der Gleichung $\frac{x_0^2 b}{2} - n(h' - x_0) f_e = o$ gewonnene Resultat später wieder zurückgreifen.

Wandeln wir die vorstehende Gleichung durch Einführung von $x_0 = c . h'$ und $f_e = \beta b h'$ weiter um, so gewinnen wir die neue Form

$$\frac{c^2 . h'^2 . b}{2} - n . h'(1-c) . \beta . b . h' = o$$

$$\frac{c^2}{2} - n(1-c) . \beta = o.$$

$$25) \quad \ldots \ldots \quad \beta = \frac{c^2}{2n(1-c)}.$$

Würde für den Prozentgehalt der Eiseneinlagen eine bestimmte Grösse vorgeschrieben sein, so wäre Gleichung 25 zur Ermittelung von c und demnach auch von $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ geeignet. Es ist alsdann

$$2n(1-c)\beta = c^2$$

$$c^2 + c . 2n\beta - 2n\beta = o$$

$$c = -n\beta \pm \sqrt{(n . \beta)^2 + 2n\beta}.$$

$$26) \quad \ldots \ldots \quad c = n\beta\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2}{n\beta}}\right).$$

Die für h' und f_e aufgestellten Formeln (16 ÷ 19 und 20 ÷ 23) setzen das Moment der äusseren Lasten als bekannt voraus. Sofern also die durch Deckeneigengewicht und Nutzlast bestimmte gesamte äussere Belastung gegeben ist, bietet die Querschnittsberechnung nach den oben angeführten Formeln keinerlei Schwierigkeiten. Ist indes nur die Nutzlast gegeben und soll das Eigengewicht entsprechend seiner wirklichen Grösse in Rechnung geführt werden, so führen obige Formeln nicht unmittelbar zum Ziel, weil sie eine vorherige Annahme der Deckenstärke zur Eigengewichtsermittelung bedingen. Diese vorherige Annahme der Deckenstärke ist natürlich gleichbedeutend mit einem Versuchsrechnen und ein solches ist, weil zeitraubend, stets unerwünscht. Dem ausübenden Ingenieur mit praktischen Erfahrungen wird es ja im allgemeinen leicht sein, die Wahl des Querschnittes angenähert richtig zu treffen und somit das Versuchsrechnen weniger zeitraubend zu gestalten. Dem weniger Geübten aber wird es erwünschter sein, wenn er Formeln benutzen kann, welche die gesuchten Dimensionen ergeben, ohne dass er andere Annahmen zu machen braucht, als die Annahmen über die erstrebten Inanspruchnahmen der Materialien. Um solche Dimensionierungsformeln aufzustellen, müssen wir die Eigengewichtsbelastung als Funktion der Nutzhöhe h' ermitteln und in das Moment M einführen.

Normalen Verhältnissen wird es im allgemeinen gut entsprechen, wenn die Grösse a (s. Fig. 46) zu $0,1 \cdot h'$ für die Berechnung angenommen wird, so dass daraus $h = h' + a = 1,1 \cdot h'$ folgt. Bedeutet nun ferner

g die Eigengewichtslast in kg pro m Deckenlänge bei der Breite b,

q die Nutzbelastung pro qm Grundriss in kg,

q′ die Nutzbelastung in kg pro m Deckenlänge bei der Breite b,

und führt man das Eigengewicht von Eisenbeton mit 2400 kg pro cbm in die Berechnung ein, so ergibt sich pro m Länge (in der Richtung der Deckenspannweite gemessen):

$$g = \frac{h}{100} \cdot \frac{b}{100} \cdot 2400 = 0,24 \,.\, h \,.\, b$$

$$g = 1,1 \,.\, 0,24 \,.\, h' \,.\, b = 0,264 \,.\, h' \,.\, b$$

und

$$q' = q \cdot \frac{b}{100} = 0,01 \,.\, q \,.\, b$$

Nach den amtlichen Vorschriften soll als Stützweite L die um eine Deckenstärke vergrösserte Lichtweite L_1, also $L = L_1 + h$ in die Berechnung eingeführt werden (siehe Fig. 4). Würde man nun auch hier für h die Grösse $1,1 \,.\, h'$ setzen und die daraus folgende Stützweite $L = L_1 + 1,1 \,.\, h'$ für die Momentenbestimmung berücksichtigen, so würden die Formeln so kompliziert werden, dass die praktische Verwendung derselben ausgeschlossen scheint. Es ist viel zweckmässiger, hier eine Annahme zu machen, mit welcher erfahrungsgemäss gute Resultate erzielt werden, und zwar wollen wir als Stützweite das 1,04-fache der Lichtweite annehmen, also $L = 1,04 \,.\, L_1$. Selbst wenn es sich in anormalen Fällen zeigen sollte, dass sich nach Ermittelung von h′ bezw. $h = h' + a$ die geforderte Stützweite $L_1 + h$ grösser ergibt als $1,04 \,.\, L_1$, so wird doch immer nur eine geringe Korrektur der ermittelten Dimensionen nötig sein, um die geforderten Materialbeanspruchungen zu erreichen, ohne sie aber zu überschreiten. Wird die *Stützweite* L in m eingeführt und soll das *Moment* M in cm/kg erhalten werden, so lautet nunmehr die Gleichung für M:

$$M = g \cdot \frac{L^2}{\mu} \cdot 100 + q' \cdot \frac{L^2}{\mu} \cdot 100$$

$$M = g \cdot \frac{1,04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q' \cdot \frac{1,04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100$$

Hierin bedeutet μ eine von der Art der Lagerung abhängige Zahl. Sie ist gleich 8 bei freier Auflagerung (Fig. 4—7). Bei beiderseits eingespannten Balken oder Decken ist sie in der Feldmitte gleich 24 und an den Auflagern gleich 12 (Fig. 9 und 11—13)[1]. Ist die Einspannung als nicht vollkommen zu betrachten,

[1] Für die eingespannten Decken würde die Gleichung für M den Faktor $1,04^2$ eigentlich nicht enthalten und $M = g \cdot \frac{L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q' \cdot \frac{L_1^2}{\mu} \cdot 100$ lauten. Zur Verallgemeinerung der oben folgenden Dimensionierungsformeln wollen wir aber auch bei der Einspannung den Faktor $1,04^2$ beibehalten, indem er dann eine Sicherheitserhöhung bedeutet.

so könnte man das Moment in der Deckenmitte gleich demjenigen an der Einspannung setzen und demnach $\mu = 16$ annehmen. Soll die Einspannung aber noch weniger Berücksichtigung finden, so könnte $\mu = 10$ bis 15 in Rechnung gezogen werden.

Nach Einführung der weiter oben für g und q' ermittelten Werte in die Gleichung für M ergibt sich

$$M = 0{,}264 \,.\, h' \,.\, b \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100 + 0{,}01 \,.\, q \,.\, b \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100$$

$$M = 26{,}4 \,.\, h'bL_1^2 \cdot \frac{1{,}04^2}{\mu} + q \,.\, b \,.\, L_1^2 \cdot \frac{1{,}04^2}{\mu}$$

Die Gleichung 11 kann nunmehr umgeformt werden in

$$\sigma_b = \frac{26{,}4 \,.\, h' \,.\, b \,.\, L_1^2 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, 6 + q \,.\, b \,.\, L_1^2 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, 6}{\mu \,.\, h'^2 \,.\, c \,.\, b \,.\, (3-c)}$$

$$h'^2 \,.\, \mu \,.\, \sigma_b \,.\, c \,.\, (3-c) = 26{,}4 \,.\, h' \,.\, L_1^2 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, 6 + q \,.\, L_1^2 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, 6$$

$$h'^2 - h' \,.\, 26{,}4 \cdot \frac{1{,}04^2}{\sigma_b \,.\, c \,.\, (3-c)} \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 - q \cdot \frac{1{,}04^2}{\sigma_b \,.\, c \,.\, (3-c)} \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 = 0.$$

Setzt man $\frac{1{,}04^2}{\sigma_b . c . (3-c)} = K$, so lautet dann die zuletzt gefundene quadratische Gleichung:

$$h'^2 - h' \,.\, 26{,}4 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 - K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 = 0$$

$$h' = 13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 \pm \sqrt{\left(13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2\right)^2 + q \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2}.$$

27) . $$h' = L_1 \,.\, \left[13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1 \pm \sqrt{\left(13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1\right)^2 + q \,.\, K \frac{6}{\mu}}\right].$$ [1]

Berechnet man nun für möglichst zahlreiche Verhältnisse $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ die zugehörigen Werte c und K, so ist durch Formel 27 ein leicht lösbarer Ausdruck für h' gegeben. In nachstehender Tabelle sind für viele Werte σ_e, σ_b und μ die daraus resultierenden Grössen c, $K = \frac{1{,}04^2}{\sigma_b \,.\, c(3-c)}$ und $K \frac{6}{\mu}$ zusammengestellt.

---

1) Gleichung 27 eignet sich auch bei gegebenem h bezw. h' sehr gut zur Berechnung von K und damit unter Benutzung der Tabelle für K (Seite 35) zur Ermittelung von σ_e und σ_b. Aus der Tabelle für β (Seite 30) ist dann β und damit f_e zu bestimmen. (Siehe Berechnungsbeispiel Nr. 2.)

σ_e	σ_b	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$	$c = \frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n}$	$K = \frac{1{,}04^2}{\sigma_b c(3-c)}$	$\mu = 8$ $\frac{6}{8} \cdot K$	$\mu = 10$ $\frac{6}{10} \cdot K$	$\mu = 12$ $\frac{6}{12} \cdot K$	$\mu = 14$ $\frac{6}{14} \cdot K$	$\mu = 16$ $\frac{6}{16} \cdot K$	$\mu = 24$ $\frac{6}{24} \cdot K$
1000	14,28	70	$^3/_{17}$	0,15201	0,11401	0,09121	0,07601	0,06515	0,05701	0,03800
1000	16,68	60	$^1/_5$	0,11579	0,08684	0,06947	0,05790	0,04962	0,04342	0,02895
1000	18,19	55	$^3/_{14}$	0,09961	0,07471	0,05977	0,04981	0,04269	0,03736	0,02490
1000	20	50	$^3/_{13}$	0,08463	0,06347	0,05078	0,04232	0,03627	0,03174	0,02116
1000	22,23	45	$^1/_4$	0,07077	0,05308	0,04246	0,03539	0,03033	0,02654	0,01769
1000	25	40	$^3/_{11}$	0,05817	0,04363	0,03490	0,02909	0,02493	0,02182	0,01454
1000	28,57	35	$^3/_{10}$	0,04674	0,03506	0,02804	0,02337	0,02003	0,01753	0,01169
1000	33,33	30	$^1/_3$	0,03651	0,02738	0,02191	0,01826	0,01565	0,01369	0,00913
1000	36,36	27,5	$^6/_{17}$	0,03184	0,02388	0,01910	0,01592	0,01365	0,01194	0,00796
1000	40	25	$^3/_8$	0,02747	0,02060	0,01648	0,01374	0,01177	0,01030	0,00687
950	40	23,75	$^{12}/_{31}$	0,02674	0,02006	0,01604	0,01337	0,01146	0,01003	0,00669
900	40	22,5	$^6/_{15}$	0,02600	0,01950	0,01560	0,01300	0,01114	0,00975	0,00650
850	40	21,25	$^{12}/_{29}$	0,02527	0,01895	0,01516	0,01264	0,01082	0,00948	0,00632
800	40	20	$^3/_7$	0,02454	0,01841	0,01472	0,01227	0,01052	0,00920	0,00614
750	40	18,75	$^{12}/_{27}$	0,02381	0,01786	0,01429	0,01191	0,01020	0,00893	0,00595
700	40	17,5	$^6/_{13}$	0,02308	0,01731	0,01385	0,01154	0,00989	0,00866	0,00577
650	40	16,25	$^{12}/_{25}$	0,02235	0,01677	0,01341	0,01118	0,00958	0,00839	0,00559
600	40	15	$^1/_2$	0,02164	0,01623	0,01298	0,01082	0,00927	0,00812	0,00541
550	40	13,75	$^{12}/_{23}$	0,02091	0,01569	0,01255	0,01046	0,00897	0,00785	0,00523
500	40	12,5	$^6/_{11}$	0,02020	0,01515	0,01212	0,01010	0,00866	0,00758	0,00505
450	40	11,25	$^{12}/_{21}$	0,01948	0,01461	0,01169	0,00974	0,00835	0,00731	0,00487
400	40	10	$^3/_5$	0,01878	0,01409	0,01127	0,00939	0,00805	0,00704	0,00470

Die Anwendung der entwickelten Formeln und zusammengestellten Tabellenwerte wird später in Berechnungsbeispielen gezeigt werden.

Greifen wir zunächst noch einmal auf Formel 10a zurück, so werden wir sehen, dass sie durch zweckmässige Umwandlung eine Form annehmen kann, die ein wichtiges Ergebnis für die weitere Untersuchung der Eisenbetonkonstruktionen bedeutet. Es kann nämlich geschrieben werden:

$$\sigma_b = \frac{6M}{x_o b(3h' - x_o)} = \frac{6Mx_o}{x_o^2 b(3h' - x_o)} = \frac{Mx_o}{\frac{x_o^2 b}{6}(3h' - x_o)}$$

$$\sigma_b = \frac{Mx_o}{\frac{x_o^2 bh'}{2} - \frac{x_o^3 b}{6}}.$$

Nun gilt bekanntlich die bereits mehrfach angeführte Beziehung

$$\frac{x_o^2 b}{2} - nf_e \, . \, (h' - x_o) = o$$

$$\frac{x_o^2 b}{2} = nf_e \, . \, (h' - x_o).$$

Mithin

$$\sigma_b = \frac{M \,.\, x_0}{n \,.\, f_e \,.\, (h' - x_0) \,.\, h' - n f_e (h' - x_0) \cdot \frac{x_0}{3}}$$

$$\sigma_b = \frac{M x_0}{n f_e (h' - x_0)\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{M \,.\, x_0}{n f_e \left(h'^2 - h' x_0 - \frac{h' x_0}{3} + \frac{x_0^2}{3}\right)}$$

$$\sigma_b = \frac{M \,.\, x_0}{n f_e \left(h'^2 - \frac{4}{3} \cdot h' x_0 + \frac{x_0^2}{3}\right)}$$

$$\sigma_b = \frac{M \,.\, x_0}{n f_e \left(h'^2 - \frac{4}{3} h' x_0 + \frac{x_0^2}{3} - \frac{2}{3} h' x_0 + \frac{2}{3} h' x_0 + \frac{2}{3} x_0^2 - \frac{2}{3} x_0^2\right)}$$

$$\sigma_b = \frac{M \,.\, x_0}{n \,.\, f_e \,.\, (h'^2 - 2 h' x_0 + x_0^2) + n f_e \left(\frac{2}{3} h' x_0 - \frac{2}{3} x_0^2\right)}$$

$$\sigma_b = \frac{M \,.\, x_0}{n \,.\, f_e (h - x_0)^2 + n f_e (h' - x_0) \frac{2}{3} x_0.}$$

Da nun $n f_e (h' - x_0) = \frac{x_0^2 b}{2}$ ist, so erhält man schliesslich

$$\sigma_b = \frac{M \,.\, x_0}{n \,.\, f_e (h' - x_0)^2 + \frac{x_0^3 b}{3}} \tag{28}$$

Der Nenner dieses Bruches stellt nun nichts anderes dar, als das Trägheitsmoment des **tragenden** Querschnittes in bezug auf die Nullinie N—N. Genau genommen würde sich das Trägheitsmoment des Betondruckquerschnittes mit dem Querschnitt der Eisenarmierung zu

$$J_n = \frac{x_0^3 b}{12} + x_0 b \cdot \left(\frac{x_0}{2}\right)^2 + n f_e (h' - x_0)^2 + n \,.\, J_e$$

$$J_n = \frac{x_0^3 b}{3} + n f_e (h' - x_0)^2 + n J_e$$

ergeben, worin unter J_e das äquatoriale Trägheitsmoment des Eisenquerschnittes zu verstehen ist. Die Multiplikation von J_e und f_e mit n bedeutet gewissermassen die zur Erzielung eines homogenen Querschnittes gedachte Umwandlung des Eisenquerschnittes in einen statisch gleichwertigen Betonquerschnitt. Im allgemeinen wird nun allerdings die Grösse $n \,.\, J_e$ gegenüber der Summe $\frac{x_0^3 b}{3} + n f_e (h' - x_0)^2$ unbedeutend bleiben und man kann daher angenähert

$$J_n = \frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h' - x_0)^2$$

setzen, so dass nunmehr folgt:

29) . . . . $\sigma_b = \frac{M \cdot x_0}{J_n}$

Bei ganz genauer Durchrechnung müsste sich natürlich auch der Nenner des Bruches in der unverkürzten Form $J_n = \frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h' - x_0)^2 + nJ_e$ ergeben. Die Zugkraft Z wurde nämlich in der Schwerlinie der Eiseneinlage wirkend angenommen; da aber die Beanspruchungen nach aussen hin wachsen, so wird die Resultante der Zugbeanspruchungen in Wirklichkeit nicht mit der Schwerlinie im Eisen zusammenfallen, sondern vielmehr nach der Seite der grösseren Beanspruchungen verschoben sein (siehe Fig. 48). An Stelle der Grösse $h' - x_0$ müsste demnach eigentlich die Grösse $h'' - x_0$ treten und da $h'' - x_0 > h' - x_0$, so folgt natürlich auch $\frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h'' - x_0)^2 > \frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h' - x_0)^2$. Der bei korrektem Rechnungsgang in die Berechnung einzusetzende Nenner $\frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h'' - x_0)^2$ wird identisch sein mit

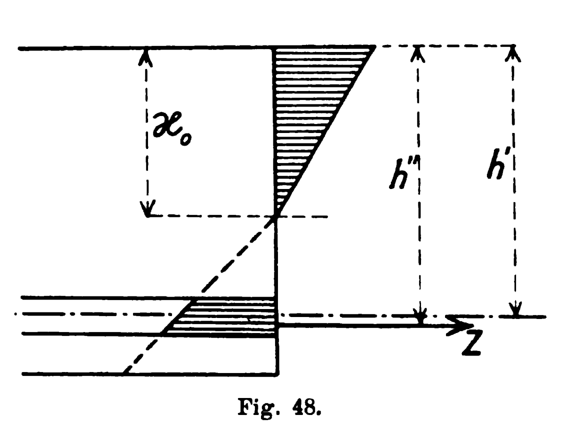


Fig. 48.

$$J_n = \frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h' - x_0)^2 + nJ_e$$

Aus vorstehenden Betrachtungen geht hervor, dass sich bei genauer Ermittelung der Grösse J_n die aus $\sigma_b = \frac{M}{J_n} \cdot x_0$ berechnete Beanspruchung etwas kleiner ergibt und auch korrekter ermittelt ist, als die durch $\sigma_b = \frac{M \cdot x_0}{\frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h' - x_0)^2}$ gegebene Beanspruchung.

Bezeichnet man den Quotienten

$$\frac{\frac{x_0^3 b}{3} + nf_e(h' - x_0)^2}{x_0} = \frac{J_n}{x_0} = W_b$$

als das Widerstandsmoment in bezug auf die Druckbeanspruchung, so erhält man die aus der Festigkeitslehre allgemein bekannte Beziehung

30) . . . . $\sigma_b = \frac{M}{W_b}$

Aus Gleichung 12 lässt sich für die Eisenbeanspruchung eine ebensolche Beziehung ableiten und zwar wie folgt:

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{M(h' - x_0)}{f_e(h' - x_0)\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

Nun ist

$$\frac{x_0^2 b}{2} = n f_e(h' - x_0)$$

$$\frac{x_0^2 b}{2n} = f_e(h' - x_0)$$

$$\sigma_e = \frac{M(h' - x_0)}{\frac{x_0^2 b}{2n}\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{M(h' - x_0)}{\frac{1}{n}\left(\frac{x_0^2 b h'}{2} - \frac{x_0^3 b}{6}\right)}$$

$$\sigma_e = n \cdot \frac{M(h' - x_0)}{\frac{x_0^2 b h'}{2} - \frac{x_0^3 b}{6}}$$

Den Nenner dieses Bruches hatten wir in der gleichen Form bereits in der entsprechenden Umwandlung von σ_b erhalten und ihn schliesslich in die Form $\frac{x_0^3 b}{3} + n f_e(h' - x_0)^2$ gebracht, so dass wir nun auch hier setzen können

$$31) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_e = n \cdot \frac{M(h' - x_0)}{\frac{x_0^3 b}{3} + n f_e(h - x_0)^2} = n \cdot \frac{M(h' - x_0)}{J_n}$$

Bezeichnet man mit

$$\frac{\frac{x_0^3 b}{3} + n f_e(h' - x_0)^2}{n \,.\, (h' - x_0)} = \frac{J_n}{n(h' - x_0)} = W_e$$

das **Widerstandsmoment** in Hinsicht auf die Eisenzugbeanspruchung, so erhält man schliesslich die der Gleichung 30 analoge Form

$$32) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \sigma_e = \frac{M}{W_e}$$

Eine Überlegung bestätigt übrigens die Richtigkeit der Gleichungen 29 und 31 und der daraus folgenden Formen 30 und 32; denn durch die gedachte Umwandlung des Eisenquerschnittes in den n-fachen Betonquerschnitt, oder umgekehrt des

Betonquerschnittes in einen auf $\frac{1}{n}$ verkleinerten Eisenquerschnitt[1]), ist in der Idee ein homogener Körper entstanden, auf den natürlich auch die bekannten Formeln und Gleichungen aus der Biegungsfestigkeit angewandt werden können. Hieraus folgt auch, dass, wie früher bereits auf rechnerischem Wege gefunden, die Nullinie mit der Schwerlinie des „gedachten“ Querschnittes zusammenfallen muss.

Die bis jetzt gegebenen Formeln zur Querschnitts- und Beanspruchungsbestimmung sind sämtlich abgeleitet aus dem Biegungsmoment. Im allgemeinen wirken nun auf einen Querschnitt eines gebogenen Balkens nicht allein ein Biegungsmoment, sondern auch vertikale und horizontale Scherkräfte.

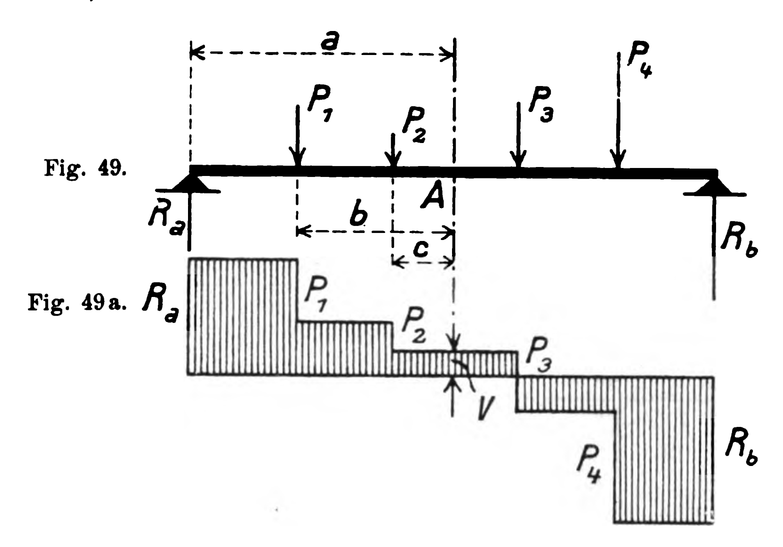


Fig. 49.

Fig. 49a.

Die vertikalen Schub- oder Scherkräfte, auch Querkräfte oder Transversalkräfte genannt, werden am besten durch die Querkraftsdiagramme dargestellt, wie z. B. Fig. 49a ein derartiges Diagramm für den durch Einzellasten belasteten Balken Fig. 49 darstellt. Im Querschnitt A wirkt alsdann nicht allein das Biegungsmoment $M = R_a \cdot a - P_1 \cdot b - P_2 \cdot c$, sondern auch die Querkraft V und der Balkenquerschnitt muss demnach so bemessen sein, dass er ausser dem Momente auch dieser Querkraft widerstehen kann. So wie nun bei der Biegung das Eisen infolge seiner n-fachen Elastizitätsziffer gegenüber der des Betons an der Kräfteübertragung teilnahm wie ein Betonkörper vom n-fachen Eisenquerschnitt, so gilt natürlich genau dasselbe auch für die Übertragung der Schubkräfte und es folgt daraus die vertikale Schubbeanspruchung

$$33) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \tau_b = \frac{V}{b \cdot h + n f_e}.$$

---

1) Der im Widerstandsmoment W_e enthaltene Quotient

$$\frac{Jn}{n} = \frac{\frac{x_o^3 b}{3} + n f_e (h' - x_o)^2}{n} = \frac{x_o^3 b}{3n} + f_e (h' - x_o)^2$$

bedeutet ja nichts anderes, als das Trägheitsmoment des Eisenquerschnittes sowie des durch Division mit n auf einen gleichwertigen Eisenquerschnitt reduzierten Betonquerschnittes $b \cdot x_o$ bezogen auf die Nullinie N-N.

Die Querkraft erreicht ihren Grösstwert über einem Auflager, so dass sich ergibt

$$34) \quad \tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b \,.\, h + nf_e}$$

Für V_{max} ist der grössere der beiden Werte R_a oder R_b zu setzen. In den Formeln 33 und 34 ist als tragender Betonquerschnitt die Grösse b . h eingeführt, weil ja in bezug auf Abscheren die Betonschicht a (siehe Fig. 46) nicht wie bei Biegung statisch totes, sondern statisch wirksames Material bedeutet [1]). Die Maximalbeanspruchung auf Abscheren soll den früher angegebenen Wert $\tau_{b\,max}$ = 2,5 — 5,0 kg/qcm für Beton und τ_e = 600 — 800 kg/qcm für Eisen nicht überschreiten. Der Wert τ_e = 600 — 800 kg/qcm kann natürlich überhaupt nicht erreicht werden, wenn die Betonbeanspruchung den zulässigen Höchstwert $\tau_{b\,max}$ = 5 kg/qcm nicht überschreitet; denn dann kann τ_e höchstens die Grösse $n \,.\, \tau_{b\,max} = 15 \,.\, 5 = 75$ kg/qcm annehmen.

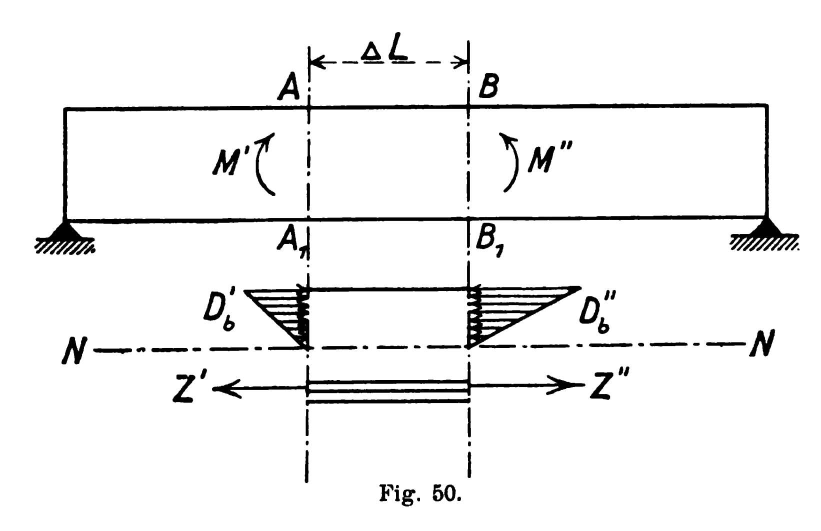


Fig. 50.

Es bleibt nun noch übrig, den Querschnitt auf seine Widerstandsfähigkeit gegenüber den **horizontalen Scherkräften** zu untersuchen. Betrachtet man ein durch zwei Parallelschnitte aus einem Balken herausgehendes Stück (Fig. 50), so werden im allgemeinen in den beiden Schnittflächen AA_1 und BB_1 verschieden grosse Momente herrschen. Die aus M′ hervorgerufenen Querschnittskräfte D_b' und Z′ halten sich das Gleichgewicht und ebenso die aus M″ folgenden Kräfte D_b'' und Z″. Wenn nun auch D'_b nicht gleich D''_b ist und ferner Z′ nicht gleich Z″, so ist doch $D'_b + Z' = D''_b + Z'' = 0$. In der Richtung der Neutrallinie N—N kann demnach keine resultierende Kraft wirken, es sei denn, dass eine Axialkraft vorhanden wäre. Letzterer Fall soll indes hier nicht in Betracht ge-

1) Der in die Berechnung eingeführte Querschnitt $b.h + nf_e$ ist eigentlich etwas zu gross; denn in b.h ist bereits einmal der Querschnitt f_e enthalten und es müsste demnach heissen $b.h + (n-1).f_e$. Da aber die Zahl n doch nur einen angenommenen Wert darstellt, der den Elastizitätseigenschaften angenähert entspricht, so kann man auch ohne Fehler den Querschnitt zu $b.h + n.f_e$ annehmen.

zogen werden. Trennt man nun von dem Balkenstück AA_1B_1B von der Länge $\triangle L$ den in der Druckzone gelegenen Teil ACDB ab (siehe Fig. 51), so kann, wie schon bei dem Anblick zu erkennen ist, die algebraische Summe der Horizontalkräfte keineswegs gleich Null sein. Die aus den Horizontalkräften sich ergebende Resultante wird das Bestreben zeigen, das Körperteilchen ACDB in der Richtung von N—N längs CD zu verschieben, und dieser Horizontalscherkraft muss die Scherfestigkeit Widerstand leisten.

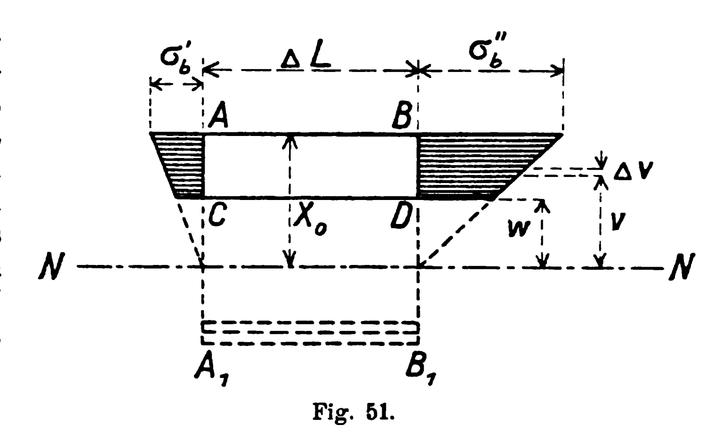


Fig. 51.

Die Grösse der horizontalen Scherkraft kann wie folgt berechnet werden.

In der Entfernung v von der Neutralaxe N—N wirkt bei BD die Beanspruchung $\frac{\sigma_b''}{x_o} \cdot v$ und bei AC die Beanspruchung $\frac{\sigma_b'}{x_o} \cdot v$. Die resultierende Kraft hat sonach dort die Grösse $\frac{\sigma_b''}{x_o} \cdot v - \frac{\sigma_b'}{x_o} \cdot v = \frac{v}{x_o} \cdot (\sigma_b'' - \sigma_b')$

Bei einer Balkenbreite b entfällt somit auf das Flächenelement b . $\triangle v$ die Kraft

$$t = \frac{x_o}{v}(\sigma_b'' - \sigma_b') \,.\, b \,.\, \triangle v$$

Nach Gleichung 10 kann nun vorstehender Ausdruck verwandelt werden in

$$t = \frac{v}{x_o}\left[\frac{2M''}{bx_o\left(h' - \frac{x_o}{3}\right)} - \frac{2M'}{b \,.\, x_o\left(h' - \frac{x_o}{3}\right)}\right] \cdot b \,.\, \triangle v$$

$$t = \frac{2(M'' - M')}{b \,.\, x_o^2 \cdot \left(h' - \frac{x_o}{3}\right)} \cdot v \,.\, b \,.\, \triangle v$$

Die im Horizontalschnitt CD wirkende Scherkraft wird sodann durch Summenbildung von t zwischen den Grenzen $t_n = w$ und $t_o = x_o$ erhalten

$$T_{CD} = \Sigma_w^{x_o} t = \Sigma_w^{x_o} \frac{2(M'' - M')}{b \,.\, x_o^2\left(h' - \frac{x_o}{3}\right)} \cdot v \,.\, b \,.\, \triangle v$$

Da für diesen Ausdruck der Quotient $\frac{2(M'' - M')}{bx_o^2\left(h' - \frac{x_o}{3}\right)}$ einen konstanten Faktor bedeutet, so kann geschrieben werden

$$T_{CD} = \frac{2(M'' - M')}{b . x_o^2\left(h' - \frac{x_o}{3}\right)} \cdot \Sigma_w^{x_o} v \,.\, b \,.\, \triangle v$$

Das Produkt $v \cdot b \cdot \triangle v$ stellt das statische Moment des Flächenstreifens $b \cdot \triangle v$ in bezug auf die neutrale Axe N—N dar und die Summenbildung zwischen den Grenzen w und x_0 ergibt demnach das statische Moment der Fläche von der Breite b und der Höhe $BD = x_0 - w$ ebenfalls in bezug auf die Nullinie N—N. Dieses statische Moment hat die Grösse

$$S = b \cdot (x_0 - w)\left(w + \frac{x_0 - w}{2}\right) = \frac{b(x_0^2 - w^2)}{2}$$

Mithin

$$35) \quad T_{CD} = \frac{2(M'' - M')}{b \cdot x_0^2\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} \cdot \frac{b(x_0^2 - w^2)}{2}$$

Mit abnehmendem w wächst die Scherkraft T_{CD}; sie erreicht den grössten Wert für $w = o$, d. h. wenn der Horizontalschnitt CD mit der Neutralachse N—N zusammenfällt. Es ist dann

$$36) \quad T_N = \frac{M'' - M'}{h' - \frac{x_0}{3}}$$

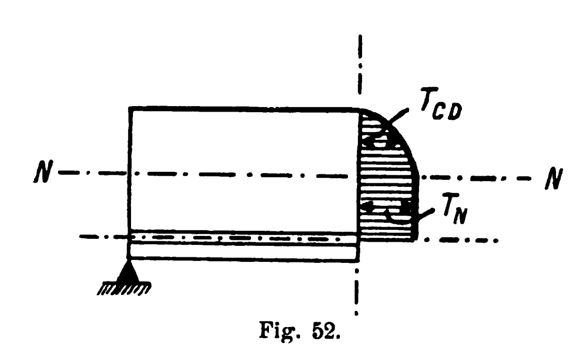


Fig. 52.

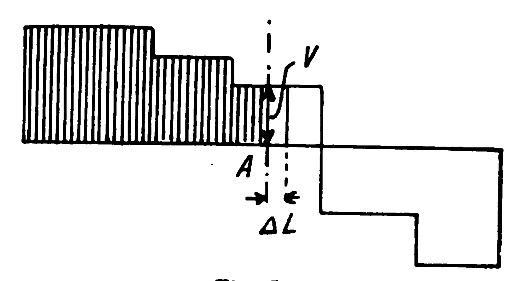


Fig. 53.

Zwischen der Neutrallinie N—N und der Eiseneinlage ist das Betonmaterial spannungslos gedacht. Der für N—N ermittelte Wert T_N muss demnach unterhalb der Nullinie bis zur Eiseneinlage in seiner Grösse unverändert bleiben, so dass sich das Diagramm der horizontalen Scherkräfte wie in Fig. 52 dargestellt zeigen muss. Die Differenz $M'' - M'$ kann als Zunahme des Momentes von M' auf M'' betrachtet und demgemäss mit $\triangle M$ bezeichnet werden.

Aus der graphischen Statik ist nun bekannt, dass die Querkraftsdiagramme eine bequeme Berechnung der Momente gestatten, indem sich z. B. aus dem Diagramm Fig. 53 das Moment an der Stelle A grössengleich der schraffiert angedeuteten Diagrammfläche ergibt. Bezeichnen wir die Querkraft bei A mit V, so ist aus dem Diagramm ersichtlich, dass das Momentenwachstum $\triangle M$ gleich sein muss dem Produkt $V \cdot \triangle L$. Das vorstehend Gesagte gilt aber nicht nur für Querschnitte zwischen Einzellasten eines sonst gewichtslosen Balkens, sondern es

gilt auch sehr angenähert für Balken mit gleichmässig verteilter Belastung, sofern man nur die Grösse $\triangle L$ verschwindend klein annimmt (Fig. 54). Es kann also ganz allgemein

$$\triangle M = M'' - M' = V \,.\, \triangle L$$

gesetzt werden, so dass nun folgt:

Fig. 54.

$$37) \quad T_{CD} = \frac{V \,.\, \triangle L}{x_0^2\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} \cdot (x_0^2 - w^2)$$

$$38) \quad T_N = \frac{V \,.\, \triangle L}{h' - \frac{x_0}{3}}$$

Die Scherkraft T_{CD} bezw. T_N entfällt auf eine Fläche von der Breite b und der Länge $\triangle L$, so dass die horizontale Scherbeanspruchung hieraus zu

$$39) \quad \tau'_{CD} = \frac{T_{CD}}{b \,.\, \triangle L} = \frac{V}{b \,.\, x_0^2\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} \cdot (x_0 - w^2)$$

bezw.

$$40) \quad \tau'_N = \frac{T_N}{b \,.\, \triangle L} = \frac{V}{b\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

resultiert. Mit V wächst natürlich auch τ'_N und erreicht schliesslich für V_{max} über den Auflagern den absoluten Grösstwert:

$$41) \quad \tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

Die hieraus berechnete Scherbeanspruchung wird nun solange vom Beton allein mit der verlangten Sicherheit aufgenommen werden, als sie den zulässigen Höchstwert von 5 kg/qcm nicht überschreitet[1]). Tritt indes eine Überschreitung ein, so müssten vertikale Bügel oder Schereisen einbetoniert werden, um der Gefahr eines Aufreissen entsprechend der Fig. 23 zu begegnen. An Hand der Figuren 24, 25 und 26 wurden weiterhin diese konstruktiven Massregeln zur Verhütung des Abscheren besprochen. Auf die statische Untersuchung dieser Scherarmierungen wird in einem späteren Kapitel eingegangen werden.

---

1) Nach den amtlichen Vorschriften soll τ_{max} im allgemeinen nur 4,5 kg/qcm betragen.

Die horizontale Schubkraft T_N müsste nun auch eine Verschiebung der beiden Materialien Beton und Eisen gegeneinander zur Folge haben, wenn nicht die Haftkraft zwischen Beton und Eisen ein solches Gleiten unmöglich machen würde. Ohne Haftkraft zwischen Beton und Eisen wäre die Eiseneinlage unabhängig von dem Betonkörper und sie würde bei Verbiegung desselben keineswegs an der Längenveränderung der umhüllenden Betonschicht teilnehmen, sondern in der gezogenen Schicht z. B. kürzer bleiben (siehe Fig. 55 und 55a). Infolge der Haftung aber werden Beton und Eisen wie ein Baustoff zusammenarbeiten und zwar zwingt der Beton das Eisen zur Dehnung entsprechend der Fig. 55b und demnach zur statischen Mitarbeit. Eisen und Beton werden sich nur dann gegeneinander verschieben, wenn infolge der Schub- oder Scherkraft die Haftung überwunden ist.

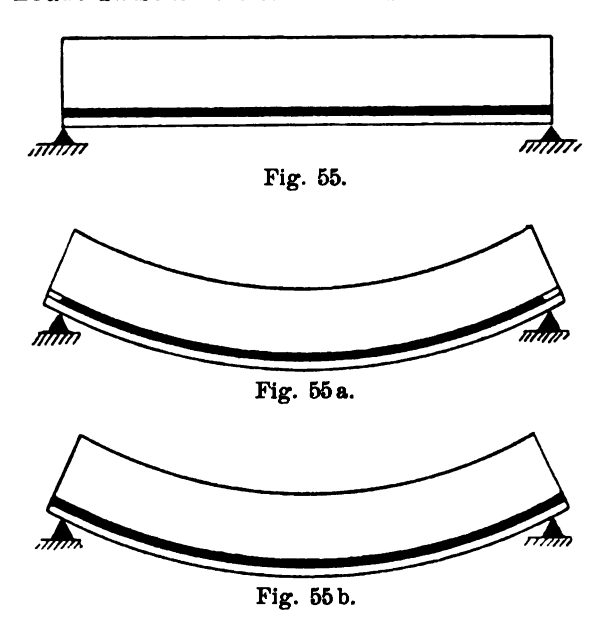


Fig. 55.

Fig. 55a.

Fig. 55b.

Wenn aber auch die Grösse der auf das Eisen übertragenen Schubkraft T_N nicht ausreicht, um die **Haftkraft** zwischen Eisen und Beton zu zerstören, so ist aber doch der Fall denkbar, dass in der das Eisen unmittelbar umhüllenden Betonschicht ein **Abscheren** des Betons infolge dieser Scherkraft T_N eintreten kann. Die zulässige Haftspannung ist daher in keinem Falle grösser anzunehmen als die zulässige Scher- und Schubspannung.

Die Gleichungen 37 und 38 eignen sich ohne weiteres zur **Ermittelung der Haftspannungen**; denn bezeichnet man den Umfang der Eiseneinlagen mit U, so folgt

$$\tau_{hCD} \,.\, U \,.\, \triangle L = T_{CD} = \frac{V \,.\, \triangle L}{x_0^2\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} \cdot (x_0^2 - w^2) \qquad ^{1)}$$

und

$$\tau_{hN} \,.\, U \,.\, \triangle L = T_N = \frac{V \,.\, \triangle L}{h' - \frac{x_0}{3}}$$

Mithin:

$$42) \quad \ldots\ldots \quad \tau_{hCD} = \frac{V}{U \,.\, x_0^2\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} \cdot (x_0^2 - w^2)$$

---

1) Der Wert τ_{hCD} und demnach auch Formel 42 haben praktisch keine Bedeutung, da ja im Querschnitt CD der Fig. 51 keine Eiseneinlage liegt. Sie sind nur wegen des Überganges zu τ_{hN} gebildet.

43) . . . . $$\tau_{hN} = \frac{V}{U \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

Den absoluten Grösstwert erhält man natürlich aus Formel 43, wenn für V die grösste Querkraft über einem Auflager gesetzt wird. Also

44) . . . . $$\tau_{h\,max} = \frac{V_{max}}{U \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

Die Gleichung 12 lautete

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

Durch Division der beiden Gleichungen 44 und 12 ergibt sich

45) . . . . $$\frac{\tau_{h\,max}}{\sigma_e} = \frac{f_e}{U} \cdot \frac{V_{max}}{M}$$

Hierbei ist natürlich unter M das Moment zu verstehen, aus welchem σ_e resultierte. V_{max} und M werden im allgemeinen nicht einem und demselben Querschnitt angehören. Für einen Balken auf zwei Stützen, welcher mit q′ pro Längeneinheit belastet ist, ergibt sich das Moment in der Balkenmitte zu

$$M = \frac{q' \cdot L^2}{8}$$

und die grösste Querkraft am Balkenende zu

$$V_{max} = \frac{q' \cdot L}{2}$$

und daraus folgt

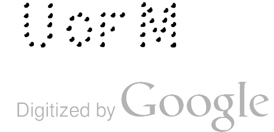
$$\frac{V_{max}}{M} = \frac{4}{L}$$

Für eine in der Mitte angreifende Einzellast von der Grösse P wäre

$$\frac{V_{max}}{M} = \frac{\frac{P}{2}}{\frac{P \cdot L}{4}} = \frac{2}{L}$$

Eine wandernde Einzellast erzielt in der Balkenmitte ein Moment $M = \frac{P \cdot L}{4}$ und am Balkenende eine grösste Querkraft $V_{max} = P$, so dass für diesen Fall wäre

$$\frac{V_{max}}{M} = \frac{P}{\frac{P \cdot L}{4}} = \frac{4}{L}$$



Ein in beiden Lagern fest eingespannter und mit q' pro Längeneinheit gleichmässig belasteter Balken erleidet an der Einspannstelle ein Moment $M = \frac{q' . L_1^2}{12}$ und im selben Querschnitt eine maximale Querkraft $V_{max} = \frac{q' . L_1}{2}$. Es resultiert mithin

$$\frac{V_{max}}{M} = \frac{\frac{q' . L_1}{2}}{\frac{q' . L_1^2}{12}} = \frac{6}{L_1}$$

Berücksichtigt man nur teilweise Einspannung, indem man z. B. das Einspannmoment gleich dem Moment in der Feldmitte setzt, also $M = \frac{q' . L_1^2}{16}$ annimmt, so ist

$$\frac{V_{max}}{M} = \frac{\frac{q' . L_1}{2}}{\frac{q' . L_1^2}{16}} = \frac{8}{L_1}$$

Meistens gelangen Rundeisen als Armierung zur Verwendung. Ist nun die Zahl der auf b cm Breite entfallenden Rundeisen gleich z und ihr Durchmesser gleich d, so erhält man

$$\frac{f_e}{U} = \frac{z \cdot \frac{d^2 \pi}{4}}{z . d . \pi} = \frac{d}{4}$$

Unter Berücksichtigung, dass die Einführung von L_1 in m, M jedoch in cm/kg, f_e in qcm und demnach d in cm zu erfolgen hat, resultieren aus Gleichung 45 folgende Beziehungen, bei denen die Multiplikation des Quotienten $\frac{V_{max}}{M}$ mit $\frac{1}{100}$ auf die Einführung von M in cm/kg zurückzuführen ist:

1. Für einen frei gelagerten Balken mit gleichmässig verteilter Belastung

$$46) \quad \ldots\ldots \quad \tau_{h\,max} = \sigma_e \cdot \frac{d}{4} \cdot \frac{4}{L} \cdot \frac{1}{100} = \sigma_e \cdot \frac{d}{100 . L}$$

2. Für einen frei gelagerten Balken mit Einzellast in der Mitte

$$47) \quad \ldots\ldots \quad \tau_{h\,max} = \sigma_e \cdot \frac{d}{4} \cdot \frac{2}{L} \cdot \frac{1}{100} = \sigma_e \cdot \frac{d}{200 . L}$$

3. Für einen frei gelagerten Balken mit wandernder Einzellast

$$48) \quad \ldots\ldots \quad \tau_{h\,max} = \sigma_e \cdot \frac{d}{4} \cdot \frac{4}{L} \cdot \frac{1}{100} = \sigma_e \cdot \frac{d}{100 . L}$$

4. Für einen beiderseits voll eingespannten Balken mit gleichmässig verteilter Belastung

$$49) \quad \tau_{h\,max} = \sigma_e \cdot \frac{d}{4} \cdot \frac{6}{L_1} \cdot \frac{1}{100} = \sigma_e \frac{1{,}5 \,.\, d}{100 \,.\, L_1}$$

5. Für einen beiderseits halb eingespannten Balken mit gleichmässig verteilter Belastung

$$50) \quad \tau_{h\,max} = \sigma_e \cdot \frac{d}{4} \cdot \frac{8}{L_1} \cdot \frac{1}{100} = \sigma_e \cdot \frac{d}{50 \,.\, L_1}$$

Die unter 2 und 3 genannten Fälle werden im allgemeinen selten vorkommen, da infolge des hohen Gewichtes der massigen Betonkonstruktionen ausser der Einzellast fast immer noch die gleichmässig verteilte Eigenlast berücksichtigt werden muss. Das Moment $M_P = \frac{PL}{4}$ der Einzellast erzielt die Beanspruchung

$$\sigma_{eP} = \frac{M_P}{f_e\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

und aus dem Eigengewichtsmoment $M_g = \frac{g \,.\, L^2}{8}$ ergibt sich

$$\sigma_{eg} = \frac{M_g}{f_e\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

Nunmehr folgt bei ruhender Belastung:

$$\tau_{h\,max} = \sigma_{eP} \cdot \frac{d}{200 \,.\, L} + \sigma_{eg} \cdot \frac{d}{100 \,.\, L} = \frac{d}{100 \,.\, L}\left(\frac{\sigma_{eP}}{2} + \sigma_{eg}\right)$$

Bei wandernder Einzellast würde sich ergeben

$$\tau_{h\,max} = \sigma_{eP} \cdot \frac{d}{100 \,.\, L} + \sigma_{eg} \cdot \frac{d}{100 \,.\, L} = \frac{d}{100 \,.\, L} \cdot (\sigma_{eP} + \sigma_{eg})$$

Im allgemeinen wird das Vorhandensein einer gleichmässig verteilten Belastung bei den hier in Frage kommenden Konstruktionen überwiegen und es werden daher auch die Gleichungen 46, 49 und 50 vorzugsweise zur Anwendung kommen. Die Gleichungen 46 ÷ 50 zeigen, dass die Beanspruchungen τ_h in geradem Verhältnis wachsen mit dem Durchmesser d, dass also letzterer eine bestimmte Grösse nicht überschreiten darf, da sonst auch τ_h den zulässigen Höchstwert überschreiten würde. Für $\tau_h = 5$ kg/qcm ergeben sich folgende grösste Durchmesser:



1. Für den frei gelagerten Balken mit gleichmässig verteilter Belastung:

$$51) \quad \ldots\ldots\ldots \quad d_{max} = \frac{500 \,.\, L}{\sigma_e}$$

2. Für den beiderseits voll eingespannten Balken mit gleichmässig verteilter Belastung

$$52) \quad \ldots\ldots\ldots \quad d_{max} = \frac{500 \,.\, L_1}{1{,}5 \,.\, \sigma_e}$$

3. Für den beiderseits halb eingespannten Balken mit gleichmässig verteilter Belastung bei $M = \frac{q' \,.\, L_1^2}{16}$.

$$53) \quad \ldots\ldots\ldots \quad d_{max} = \frac{500 \,.\, L_1}{2 \,.\, \sigma_e} = \frac{250 \,.\, L_1}{\sigma_e}$$

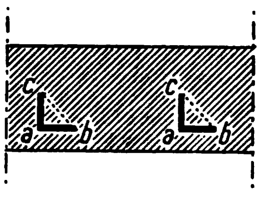


Fig. 56.

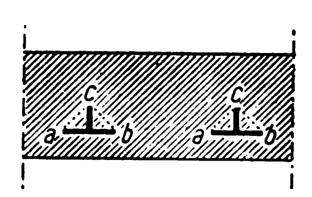


Fig. 57.

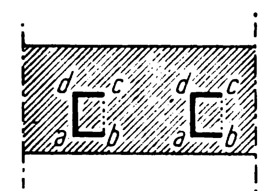


Fig. 58.

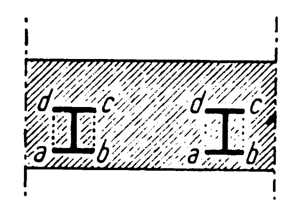


Fig. 59.

Werden als Eiseneinlagen Walzprofile entsprechend den Figuren 56, 57, 58 und 59 verwendet, so kommt für das Herausreissen nicht der Umfang des Profiles in Betracht, sondern, wie eine einfache Überlegung dartut, die kürzeste Umhüllungslinie; denn nach den früheren Ausführungen kann die Haftfestigkeit grössere Werte erreichen als die Scherfestigkeit, und das daraus sich ergebende Herausscheren würde natürlich nach der kürzesten Umhüllungslinie erfolgen. Für Fig. 56 und 57 käme also eine Dreieckfigur (a b c), und für Fig. 58 und 59 eine Rechteckfigur (a b c d) in Betracht.

Es bleibt nun noch übrig den Abstand der Eiseneinlagen voneinander sowie vom Betonrande einer statischen Untersuchung zu unterziehen.

Ist eine Eiseneinlage so dimensioniert, dass an ihrem Umfange die zulässige Haftspannung und in ihrer kleinsten Querschnittsumhüllung die zulässige Betonscherspannung nicht überschritten wird, so ist diese Eiseneinlage für sich mit dem



Beton in statisch sicherer Verbindung. Liegen nun aber mehrere Eiseneinlagen in geringen Entfernungen nebeneinander, so entsteht die weitere Frage, ob auch nicht in der kleinsten Umhüllungsfigur mehrerer benachbarter Einlagen zusammengenommen die zulässige Betonscherspannung überschritten wird. Dies könnte wohl eintreten, wenn mehrere Eisen, deren jedes eine grosse Umhüllungsfigur hat, sehr nahe aneinandergelegt werden. Es darf, wie ohne weiteres einleuchten muss, die Umhüllungslinie für eine Gruppe von Eiseneinlage nicht kleiner sein als die Summe der kürzesten Umhüllungslinien der einzelnen Einlagen. Bestehen die Einlagen nach Fig. 60 aus Rechteckeisen mit den Seitendimensionen d und d_1 und der kleinsten Umhüllungslinie von der Länge 2 $(d_1 + d)$ und haben die Einlagen voneinander die Entfernung i, so muss natürlich

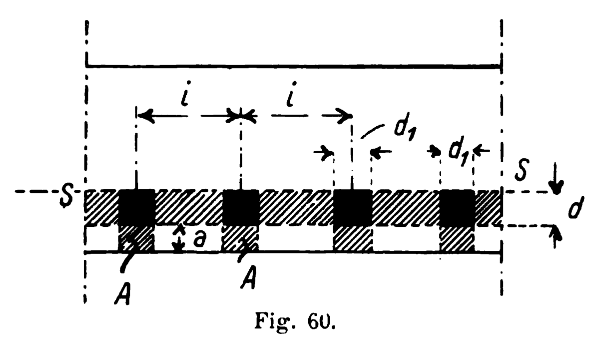


Fig. 60.

$$2i \geqq 2(d_1 + d)$$

sein. Der lichte Abstand $i - d_1$ der Rechteckeisen voneinander muss mithin grösser oder wenigstens gleich d gemacht werden. Von Mitte zu Mitte Eiseneinlage folgt:

$$i \geqq d + d_1.$$

Wenn das Durchscheren der Betonprismen A mit Sicherheit vermieden werden soll, d. h. also das Aufreissen des Betons nach dem Rande zu, so muss

$$2a + 2d + d_1 \geqq 2d + 2d_1$$

sein, also

$$a + d + \frac{d_1}{2} \geqq d + d_1$$

$$a \geqq \frac{d_1}{2}.$$

Fig. 61.

Bei Verwendung von Rundeisen vom Durchmesser d (siehe Fig. 61) folgt ganz analog:

$$2i \geqq \pi \,.\, d, \qquad \text{also} \qquad i \geqq \frac{\pi d}{2} = \sim 1{,}6 \,.\, d$$

$$2a + \frac{\pi \,.\, d}{2} \gtreqless \pi d, \qquad \text{also} \qquad a \geqq \frac{\pi d}{4} = \sim 0{,}8 \,.\, d.$$

Die vorstehend ermittelten Grössen i und a werden im allgemeinen der Sicherheit halber verdoppelt, so dass anzunehmen ist:

a) für rechteckigen Eisenquerschnitt

$$i \geqq 2(d + d_1)$$
$$a \geqq d_1.$$

b) für Rundeisen

$$i \geqq 3{,}2 \,.\, d$$
$$a \geqq 1{,}6 \,.\, d.$$

Die obige Berechnungsweise der Werte i ist nicht einwandsfrei; denn es wurde dabei angenommen, dass die Scherbeanspruchung in der die Eisenquerschnitte umhüllenden Figur überall dieselbe Grösse habe. Dies ist nicht der Fall. Die Scherkräfte werden sich vielmehr auf der der Nullinie näher liegenden Seite der Umhüllungsfigur konzentrieren. Es entspricht dies auch ganz der tatsächlichen statischen Wirkung; denn da in den unterhalb der Nullinie gelegenen Betonschichten die horizontale Scherkraft die konstante Grösse T_N hat, so muss dies auch noch für die Schicht s—s (siehe Fig. 60) Geltung haben. Die Schubkraft T_N aber ist diejenige Kraft, welche von der Haftkraft zwischen Beton und Eisen gemäss unseren früheren Ausführungen aufgezehrt und so dem Eisen mitgeteilt wird. Bei Beibehaltung der ursprünglich für i ermittelten Werte würden demnach in den der Nullinie zugekehrten Umhüllungsflächen Überanspruchungen eintreten, so dass in der später erfolgten Verdoppelung der Werte i nicht allein eine Sicherheit, sondern auch eine Korrektur zu erblicken ist.

Wenn also in der Schicht s—s die Scherbeanspruchung kleiner oder höchstens gleich sein soll der Scherbeanspruchung in der kleinsten Umhüllungsfigur einer jeden Eiseneinlage, so müsste für Fig. 60 die Beziehung gelten

$$i \geqq 2(d + d_1)$$

und für Fig. 61

$$i \gtreqless \pi \,.\, d = \sim 3{,}2 \,.\, d.$$

Diese genauer gerechneten Werte decken sich mit den oben in Vorschlag gebrachten. Erreicht die Scherbeanspruchung in der kleinsten Umhüllungsfigur einer Eiseneinlage bei weitem nicht den zulässigen Grenzwert, so kann man natürlich die Werte i und a verkleinern, falls dies wünschenswert und möglich ist; denn wenn auch in der Eisenumhüllung eine niedrige Beanspruchung vorherrschen würde, so wäre ja damit nicht bedingt, dass die gleiche niedrige Beanspruchung auch in der Schicht s—s vorhanden sein müsse. Die oben für i angegebenen Werte haben die Annahme gleicher Scherbeanspruchungen in s—s und den Umhüllungsfiguren zur Grundlage, sie haben also nur einen bedingten Wert.



In den Schichten unterhalb s—s nimmt die Scherkraft in demselben Masse ab, in welchem sie von der Haftkraft aufgezehrt wird. In der Schicht s_1—s_1 wird demnach nur ungefähr die Hälfte der Scherkraft T_N wirken. Da sich aber die Betonfläche nur um das Verhältnis $\frac{d}{3,2\,d} = \sim \frac{1}{3}$ verringert hat, so braucht die Schicht s_1—s_1 hinsichtlich ihrer Beanspruchung nicht untersucht zu werden[1]). In der Schicht s_2—s_2 hat die Scherkraft den Wert Null erreicht, da sie nunmehr dem Eisen gänzlich mitgeteilt ist (Fig. 62).

Fig. 62.

Nachdem nunmehr die im Innern einer einfach armierten Betoneisenkonstruktion auftretenden Kräfte sowie ihre Verteilung und Wirkungsweise genügend erörtert und klargelegt sind, scheint es geboten, auf die Veränderungen dieser Kräfte näher einzugehen, die durch Abänderungen der Querschnittgrössen hervorgerufen werden.

Hat man z. B. von vornherein die Platten- oder Balkendicke h und den Eisenquerschnitt f_e angenommen, so resultieren hieraus bestimmte Beanspruchungen, die allerdings möglicherweise die zulässigen Werte überschreiten können und demnach eine Abänderung von h bezw. h' und f_e notwendig machen. Oder, hat man vielleicht unter Zugrundelegung der zulässigen Beanspruchungen nach den früher abgeleiteten Formeln die Grösse h' und damit h und f_e ermittelt, so können irgend welche Gründe eine Veränderung dieser errechneten Grössen, oder auch nur einer derselben, wünschenswert erscheinen lassen. Es ist aus diesen Gründen zweckmässig, die Folgen der Abänderung irgend einer der Querschnittsgrössen auf die innere Kräfteverteilung zu kennen. Berücksichtigt man ferner, dass auch das amtlich als Norm angegebene Verhältnis $\frac{E_e}{E_b} = n = 15$ keineswegs konstant ist, sondern dass es in anderer Grösse eingeführt werden darf, wenn aus Probekörpern des zur Verwendung gelangenden Betons ein wesentlich anderes Verhältnis der beiden Elastizitätsziffern folgt, so erscheint es wohl begründet, auch die Folgen einer Veränderung von n in den Kreis der Betrachtung zu ziehen. Ausgehend von der Gleichung 9, welche lautete

$$x_0 = \frac{nf_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bh'}{nf_e}}\right]$$

soll zunächst die Veränderung von x_0 bei wachsendem Verhältnis n untersucht werden. Durch Umwandlung ergibt sich

$$x_0 = \sqrt{\frac{n^2 f_e^2}{b^2} + \frac{2nf_e h'}{b}} - \sqrt{\frac{n^2 f_e^2}{b^2}}.$$

1) Eine Überanspruchung in der Betonschicht s_1—s_1 könnte also erst eintreten, wenn $i < 2d$ wäre, da dann die Betonfläche um mehr als $^1/_3$ verringert wird.

Der Ausdruck unter dem ersten Wurzelzeichen setzt sich aus zwei Summanden zusammen, von denen der erste gleich ist dem Ausdruck unter dem zweiten Wurzelzeichen. Der zweite Summand unter dem ersten Wurzelzeichen wächst aber ebenfalls mit n; es folgt daraus, dass der Summenausdruck unter dem ersten Wurzelzeichen mit wachsendem n schneller zunimmt, als der Ausdruck unter dem zweiten Wurzelzeichen, dass also mit zunehmendem n auch x_0 wächst. Zu dem gleichen Resultat bei genau derselben Begründung gelangt man hinsichtlich der Grösse f_e, d. h. lässt man bei konstantem n und h' die Grösse f_e wachsen, so nimmt auch die Grösse x_0 zu.

Betrachtet man nunmehr n und f_e als konstant, dagegen h' als variabel, so geht aus obiger Gleichung für x_0 noch deutlicher als bei den beiden vorher besprochenen Fällen hervor, dass mit wachsendem h' auch ein Wachsen von x_0 verbunden sein muss; denn in diesem Falle sind die Ausdrücke $\frac{n^2 f_e^2}{b^2}$ konstant, und variabel ist nur der Ausdruck $\frac{2nf_e h'}{b}$, welcher mit h' zunimmt.

Wir fassen das gewonnene Resultat nochmals zusammen in dem Satz:

„Mit wachsender Dimension h' zunehmendem Eisenquerschnitt f_e und zunehmender Verhältniszahl n wächst auch der Abstand x_0 der Nullinie von der äussersten Betondruckfaser."

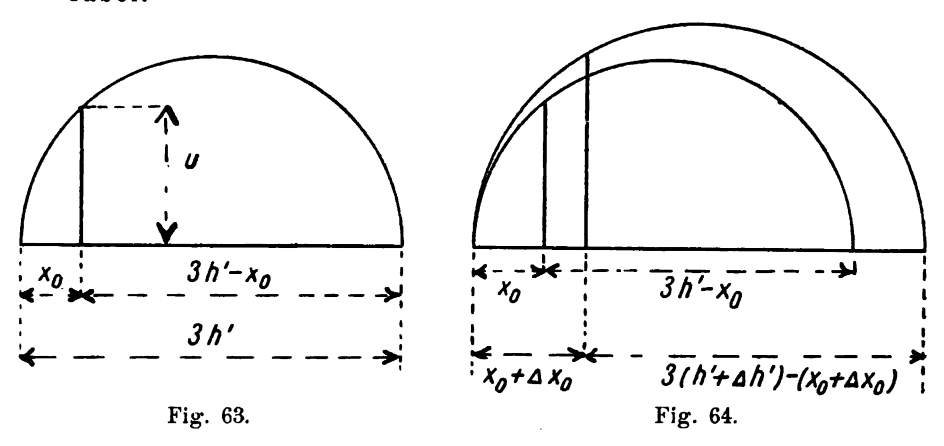


Fig. 63. Fig. 64.

Betrachtet man nun Gleichung 10a:

$$\sigma_b = \frac{6M}{x_0 . b . (3h' - x_0)},$$

so stellt bekanntlich das Produkt $x_0(3h'-x_0)$ im Nenner nach der Lehre der Geometrie (siehe Fig. 63) so lange eine wachsende Grösse dar bis $x_0 = 3h' - x_0$ ist, also bis x_0 den Wert $\frac{3}{2}h'$ erreicht hat; denn es gilt ja: $x_0(3h'-x_0) = u^2$. In den hier betrachteten Fällen kann aber x_0 stets nur ein Bruchteil der Dimension h' sein, so dass mit zunehmendem x_0 ein Wachstum des Nenners in Gleichung 10a und demnach eine Herabminderung der Beanspruchung σ_b erfolgt. Es tritt dies mithin bei wachsendem n und f_e ein. Mit wachsendem h' verändert sich nun in dem Produkt $x_0(3h'-x_0)$ nicht allein x_0 sondern auch h'. Fig. 64 zeigt nun, dass bei

gleichzeitigem Wachstum von h' das Produkt $x_0\,(3h'-x_0)$ in noch rascherem Masse wächst, als bei konstantem h'. Es resultiert darum der Satz:

> „Mit wachsender Dimension h', zunehmendem Eisenquerschnitt f_e und zunehmender Verhältniszahl n sinkt die Betonbeanspruchung σ_b."

Zur gleichen Untersuchung der Eisenbeanspruchung σ_e wird von der Gleichung 12

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{3 \,.\, M}{f_e(3h' - x_0)}$$

ausgegangen. Mit wachsender Verhältniszahl n und daraus folgendem Wachstum von x_0 vermindert sich die Grösse des Ausdruckes $3h'-x_0$ im Nenner, so dass daraus eine Vergrösserung der Eisenbeanspruchung σ_e resultiert. Lässt man h' wachsen, so ist wegen der gleichzeitigen Zunahme von x_0 die Veränderung des Ausdruckes $3h'-x_0$ nicht mehr so klar zu übersehen. Es ist jedoch leicht, die Dimension h' als Funktion von x_0 darzustellen, indem auf die früher gewonnene Gleichung

$$\frac{x_0^2 b}{2} - n f_e(h' - x_0) = o$$

zurückgegriffen wird. Es resultiert aus dieser Gleichung

$$\frac{x_0^2 b}{2} + n f_e x_0 = n f_e h'$$

$$54) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad h' = \frac{x_0^2 b}{2 n f_e} + x_0$$

Der Ausdruck $3h'-x_0$ ist somit umzuwandeln in

$$3 \cdot \frac{x_0^2 b}{2 n f_e} + 2 x_0$$

Mit wachsendem x_0 nimmt natürlich dieser Ausdruck zu, so dass also dem Wachstum von h' eine Verminderung von σ_e entspricht.

Bei der Untersuchung des Einflusses der Veränderung von f_e auf die Beanspruchung σ_e drücken wir f_e als Funktion von x_0 aus, indem die Gleichung $\frac{x_0^2 b}{2} - n \,.\, f_e \,.\, (h' - x_0) = o$ umgewandelt wird in

$$55) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad f_e = \frac{x_0^2 b}{2n(h' - x_0)}$$

Es folgt demnach

$$\sigma_e = \frac{3M}{f_e(3h'-x_o)} = \frac{3M}{\frac{x_o^2 b}{2n(h'-x_o)} \cdot (3h'-x_o)} = \frac{3M}{\frac{b}{2n} \cdot \frac{x_o^2}{h'-x_o} \cdot (3h'-x_o)}$$

Das Produkt $\frac{x_o^2}{h'-x_o} \cdot (3h'-x_o) = \frac{x_o}{h'-x_o} \cdot x_o(3h'-x_o)$ stellt eine mit x_o wachsende Grösse dar; denn sowohl der Quotient $\frac{x_o}{h'-x_o}$ nimmt mit x_o zu, als auch das Produkt $x_o(3h'-x_o)$ (siehe Fig. 63). Indem der wachsende Nenner eine Verminderung des Bruches bedeutet, so entspricht also dem wachsenden f_e eine kleiner werdende Beanspruchung σ_e.

Das gewonnene Resultat lautet also:

„Mit wachsender Dimension h' und zunehmendem Eisenquerschnitt f_e tritt eine Verminderung der Eisenbeanspruchung σ_e ein. Mit zunehmender Verhältniszahl n aber wird σ_e ebenfalls grösser.

Berechnungsbeispiele.

1. Eine Decke von 4,4 m Lichtweite sei belastet durch eine Nutzlast von 500 kg pro qm und soll als einfach armierte, beiderseits frei gelagerte Eisenbetonkonstruktion berechnet werden.

Wird zunächst einmal schätzungsweise angenommen $h = 20$ cm, $a = 2$ cm, $h' = h - a = 18$ cm und $f_e = 15$ qcm, so folgt bei $n = 15$ und $b = 100$ cm:

$$x_o = \frac{nf_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bh'}{nf_e}}\right] = \frac{15 \,.\, 15}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 100 \,.\, 18}{15 \,.\, 15}}\right]$$

$$x_o = \sim 7 \text{ cm.}$$

Das Eigengewicht pro qm beträgt

$$g = \frac{h}{100} \cdot 2400 = 0{,}2 \,.\, 2400 = 480 \text{ kg.}$$

Die Stützweite wird in Rechnung geführt zu

$$L = L_1 + \frac{h}{100} = 4{,}4 + \frac{20}{100} = 4{,}6 \text{ m.}$$

Mithin:

$$M = \frac{g+q}{8} \cdot L^2 \,.\, 100 = \frac{480 + 500}{8} \cdot 4{,}6^2 \,.\, 100 = 259250 \text{ cm/kg}$$

$$\sigma_b = \frac{6M}{x_0 b(3h'-x_0)} = \frac{6 \,.\, 259250}{7 \,.\, 100\,(3 \,.\, 18-7)} = 47{,}3 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \frac{3M}{f_e(3h'-x_0)} = \frac{3 \,.\, 259250}{15\,(3 \,.\, 18-7)} = 1103 \text{ kg/qcm.}$$

Beide Beanspruchungen sind etwas zu hoch. Vergrössert man daher h auf 23 cm und nimmt $a = 2{,}5$ cm an, so ist $h' = h - a = 20{,}5$ cm. Verwendet man zehn Rundeisen von je 1,4 cm Durchmesser, so beträgt der Eisenquerschnitt $f_e = 10 \,.\, 1{,}54 = 15{,}4$ qcm. Es ist dann:

$$x_0 = \frac{15 \,.\, 15{,}4}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 100 \,.\, 20{,}5}{15 \,.\, 15{,}4}}\right] = 7{,}7 \text{ cm,}$$

$$g = \frac{23}{100} \cdot 2400 = 552 \text{ kg pro m,}$$

$$L = 4{,}4 + \frac{23}{100} = 4{,}63 \text{ m,}$$

$$M = \frac{552 + 500}{8} \cdot 4{,}63^2 \,.\, 100 = \sim 281\,900 \text{ cm/kg,}$$

$$\sigma_b = \frac{6 \,.\, 281\,900}{7{,}7 \,.\, 100 \,.\, (3 \,.\, 20{,}5-7{,}7)} = 40{,}8 \text{ kg/qcm.}$$

$$\sigma_e = \frac{3 \,.\, 281\,900}{15{,}4 \,.\, (3 \,.\, 20{,}5-7{,}7)} = 1021 \text{ kg/qcm.}$$

Die grösste Querkraft beträgt:

$$V_{max} = \frac{g+q}{2} \cdot L = \frac{552 + 500}{2} \cdot 4{,}63 = 2435 \text{ kg.}$$

Demnach ist in der Vertikalscherfläche

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b \,.\, h + n \,.\, f_e} = \frac{2435}{100 \,.\, 23 + 15 \,.\, 15{,}4} = 0{,}96 \text{ kg/qcm}$$

und in der horizontalen Scherfläche

$$\tau_b'{}_{max} = \frac{V_{max}}{b\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{3V_{max}}{b(3h'-x_0)} = \frac{3 \,.\, 2435}{100 \,.\, 53{,}8} = 1{,}36 \text{ kg/qcm.}$$

Der Umfang der Rundeisen beträgt $10 \,.\, 1{,}4 \,.\, \pi = 44$ cm, so dass sich die Grösse der Haftspannung ergibt zu

$$\tau_{h\,max} = \frac{V_{max}}{U \,.\, \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{3 \,.\, V_{max}}{U \,.\, (3h'-x_0)} = \frac{3 \,.\, 2435}{44 \,.\, 53{,}8} = 3{,}1 \text{ kg/qcm.}$$

Die Anwendung der Gleichung 27 hätte ohne weitere Versuchsrechnungen die Dimension h′ und damit bei $a = \frac{h'}{10}$ auch h ergeben. Für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ wäre laut Tabelle auf Seite 35 $c = \frac{3}{8}$ sowie bei freier Lagerung ($\mu = 8$) der Ausdruck $\frac{6}{\mu} \cdot K$ gleich 0,02060. Mithin

$$h' = 4{,}4 \,.\, [13{,}2 \,.\, 0{,}0206 \,.\, 4{,}4 + \sqrt{(13{,}2 \,.\, 0{,}0206 \,.\, 4{,}4)^2 + 500 \,.\, 0{,}0206}]$$

$$h' = 20{,}33 \text{ cm}$$

$$x_0 = c \,.\, h' = \frac{3}{8} \cdot 20{,}33 = 7{,}6 \text{ cm.}$$

Der Eisenquerschnitt f_e kann auf mancherlei Art bestimmt werden. Nach Tabelle auf Seite 30 ist z. B. bei $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ $\beta = 0{,}00750$ und somit

$$f_e = \beta \,.\, b \,.\, h' = 0{,}0075 \,.\, 100 \,.\, 20{,}33 = \backsim 15{,}3 \text{ qcm.}$$

Man könnte auch Gleichung 55 benutzen, nach welcher wäre

$$f_e = \frac{x_0^2 b}{2 \,.\, n(h' - x_0)} = \frac{7{,}6^2 \,.\, 100}{2 \,.\, 15 \,.\, 12{,}73} = \backsim 15{,}2 \text{ qcm.}$$

2. Welcher Eisenquerschnitt hätte bei der im Beispiel 1 behandelten Decke angenommen werden müssen, wenn die Höhe h nur 20 cm betragen soll, so dass bei a = 2 cm h′ = 18 cm folgt?

Das Moment beträgt gemäss Berechnung im vorigen Beispiel M = 259 250 cm/kg.

Zur Ermittelung von f_e könnte man zunächst von Formel 22 ausgehen und setzen

$$h' = \frac{A}{10} \cdot \sqrt{M}, \qquad A = \frac{10 \,.\, h'}{\sqrt{M}}$$

$$A = \frac{10 \,.\, 18}{\sqrt{259\,250}} = 0{,}3535.$$

Nach der Tabelle auf Seite 30 liegt dieser Wert zwischen 0,3578 und 0,3522. Durch Interpolation könnte man den zugehörigen Wert von C derselben Tabelle wie folgt finden:

$$C = 0{,}00520 - \frac{0{,}00520 - 0{,}00472}{0{,}3578 - 0{,}3522} \cdot (0{,}3535 - 0{,}3522)$$

$$C = 0{,}00520 - 0{,}00011 = 0{,}00509.$$

Nach Gleichung 23 ergibt sich dann

$$f_e = 10 \,.\, C \,.\, \sqrt{M} = 10 \,.\, 0{,}00509 \,.\, \sqrt{259\,250} = 25{,}9 \text{ qcm.}$$

Der Querschnitt f_e hätte auch unter Benutzung der Tabellenwerte β (Seite 30) ermittelt werden können. Dem Werte $A=0{,}3535$ entspricht ein β von der Grösse:

$$\beta = 0{,}01471 - \frac{0{,}01471 - 0{,}01319}{0{,}3578 - 0{,}3522} \cdot (0{,}3535 - 0{,}3522)$$

$$\beta = 0{,}01471 - 0{,}00035 = 0{,}01436.$$

Mithin

$$f_e = \beta \,.\, b \,.\, h' = 0{,}01436 \,.\, 100 \,.\, 18 = 25{,}85 \text{ qcm}.$$

Die Anwendung der Gleichung 27 würde natürlich ebenfalls zum Ziele führen, wenn man sie bei bekanntem h' zur Berechnung von $\frac{6}{\mu} \cdot K$ und demnach $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ benutzte. Es folgt aus Gleichung 27:

$$\frac{h'}{L_1} - 13{,}2 \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1 = \sqrt{(13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1)^2 + q \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu}}$$

$$\left(\frac{h'}{L_1} - 13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1\right)^2 = (13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1)^2 + q \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu}$$

$$\frac{h'^2}{L_1^2} - 2 \cdot \frac{h'}{L_1} \cdot 13{,}2 \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1 = q \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu}$$

$$\frac{h'^2}{L_1^2} = K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot (q + 26{,}4 \frac{h'}{L_1} \cdot L_1)$$

$$K \cdot \frac{6}{\mu} = \frac{h'^2}{L_1^2(q + 26{,}4 \,.\, h')} = \frac{18^2}{4{,}4^2(500 + 26{,}4 \,.\, 18)} = 0{,}01716.$$

Für $\mu=8$ liegt dieser Wert in der Tabelle Seite 35 zwischen 0,01731 und 0,01677, und die Eisenbeanspruchung würde sich durch Interpolation zu

$$700 - 50 \cdot \frac{0{,}01731 - 0{,}01716}{0{,}01731 - 0{,}01677} = 686 \text{ kg/qcm}$$

ergeben. Es ist dann

$$c = \frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n} = \frac{15}{\frac{686}{40} + 15} = \sim 0{,}47.$$

Nach Gleichung 25 ist

$$\beta = \frac{c}{2} \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_e} = 0{,}235 \cdot \frac{40}{686} = 0{,}0137.$$

Mithin folgt

$$f_e = \beta \,.\, b \,.\, h' = 0{,}0137 \,.\, 100 \,.\, 18 = 24{,}7 \text{ qcm}.$$

Es zeigt sich in diesem letztberechneten Werte eine kleine Differenz gegenüber dem vorher berechneten. Die Begründung hierfür liegt darin, dass einesteils die der Formel 27 zugrunde liegenden Annahmen $a = \frac{h'}{10}$ und $L = 1{,}04 \, . \, L_1$ nicht ganz genau erfüllt sind, sondern dass das wirklich vorhandene Mass $a = 2 \text{ cm} > \frac{h'}{10} = 1{,}8 \text{ cm}$ ist, woraus ein grösseres Eigengewicht folgt, und dass andernteils die genaue Stützweite $L_1 + \frac{h}{100} = 4{,}6 \text{ m} > 1{,}04 . L_1 = 4{,}57 \text{ m}$ ist. Obwohl die Differenz nur gering ist, so empfiehlt es sich doch zur Vermeidung jeder Ungenauigkeit bei gegebener Dimension h, also bei bekanntem Momente M, zur Ermittelung von f_e die Gleichung 21 bezw. 23 zu benutzen.

Bei ungefähr 650 kg/qcm Eisenbeanspruchung darf nach Gleichung 51 der Rundeisendurchmesser die Grösse

$$d_{max} = \frac{500 \, . \, L}{\sigma_e} = \frac{500 \, . \, 4{,}6}{650} = 3{,}54 \text{ cm}$$

nicht überschreiten. Wählt man 10 Rundeisen von 1,8 cm Durchmesser[1]), so resultiert $f_e = 10 \, . \, 2{,}55 = 25{,}5$ qcm und

$$x_o = \frac{15 \, . \, 25{,}5}{100}\left[\sqrt{1 + \frac{2 \, . \, 100 \, . \, 18}{15 \, . \, 25{,}5}} - 1\right] = 8{,}5 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{6M}{b \, . \, x_o(3h' - x_o)} = \frac{6 \, . \, 259\,250}{100 \, . \, 8{,}5(3 \, . \, 18 - 8{,}5)} = 40{,}2 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \frac{3M}{f_e \, . \, (3h' - x_o)} = \frac{3 \, . \, 259\,250}{25{,}5 \, . \, (3 \, . \, 18 - 8{,}5)} = 670 \text{ kg/qcm.}$$

Die Gesamtbelastung pro Längeneinheit beträgt $g + q = 0{,}2 \, . \, 2400 + 500 = 980$ kg. Demnach folgt die grösste Querkraft zu

$$V_{max} = 980 \cdot \frac{L}{2} = 980 \cdot \frac{4{,}6}{2} = \sim 2250 \text{ kg.}$$

Die vertikale Scherbeanspruchung beträgt:

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b \, . \, h + nf_e} = \frac{2250}{100 \, . \, 20 + 15 \, . \, 25{,}5} = 0{,}95 \text{ kg/qcm.}$$

Die horizontale Scherbeanspruchung ergibt sich zu

$$\tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b\left(h' - \frac{x_o}{3}\right)} = \frac{3 \, . \, V_{max}}{b(3h' - x_o)} = \frac{3 \, . \, 2250}{100 \, . \, (3 \, . \, 18 - 8{,}5)}$$

$$\tau'_{b\,max} = \sim 1{,}5 \text{ kg/qcm.}$$

1) Dem Durchmesser 1,8 cm würde eigentlich ein $a > 2$ entsprechen. Da aber, wie noch nachgewiesen werden wird, die Scherspannung am Eisenumfang ($= \tau_{h\,max}$) nur ungefähr die Hälfte des zulässigen Wertes erreicht, so kann auch a unter dem Werte 1,6 d bleiben.

Die Rundeiseneinlagen haben einen Umfang $U = 10 . \pi . 1{,}8 = 10 . 5{,}65 = 56{,}5$ cm, so dass die Haftspannung die Grösse erreicht

$$\tau_{h\,max} = \frac{3 V_{max}}{U(3h' - x_0)} = \frac{3 . 2250}{56{,}5 . (3 . 18 - 8{,}5)} = 2{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

3. Eine beiderseits eingespannte Eisenbetondecke sei bei $L_1 = 5$ m Lichtweite für eine Gesamtlast (Nutzlast mit Eigengewicht) von 1200 kg pro m zu berechnen.

Die Einspannung sei indessen nicht vollkommen, sondern es werde „halbe" Einspannung derart angenommen, dass das Einspannmoment gleich sei dem Moment in der Deckenmitte.

Der Beton soll bis 30 kg/qcm, das Eisen bis 1000 kg/qcm beansprucht werden. $b = 100$ cm.

Wenn das Einspannmoment gleich dem Momente in der Deckenmitte sein soll, so folgt: $M = \frac{g + q}{16} \cdot L_1^2 . 100 = \frac{1200}{16} . 5^2 . 100 = 187\,500$ cm/kg.

Für $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{30}$ folgt aus der Tabelle Seite 30: $A = 0{,}4895$, $\beta = 0{,}00466$ und $c = \frac{9}{29}$.

Mithin liefert Gleichung 22:

$$h' = \frac{A}{10} \cdot \sqrt{M} = 0{,}04895 . \sqrt{187500} = 21{,}2 \text{ cm}$$

$$x_0 = c . h' = \frac{9}{29} \cdot 21{,}2 = 6{,}6 \text{ cm.}$$

Es ist ferner

$$f_e = \beta . b . h' = 0{,}00466 . 100 . 21{,}2 = 9{,}9 \text{ qcm.}$$

Wählt man neun Rundeisen von je 1,2 cm Durchmesser, so ist $f_e = 9 \cdot \frac{1{,}2^2 . \pi}{4} =$ 10,17 qcm. Da der gewählte Eisenquerschnitt nur wenig von dem erforderlichen abweicht, so kann eine Nachrechnung des Wertes x_0 nach Gleichung 9 unterlassen werden, um so mehr, als durch den etwas zu gross gewählten Querschnitt die Beanspruchungen um ein wenig sinken.

Nimmt man $a = 1{,}8$ cm an, so beträgt das Deckeneigengewicht pro qm $g = (0{,}212 + 0{,}018) . 2400 = 552$ kg, so dass für die Nutzbelastung verbleibt:

$$q = 1200 - g = 1200 - 552 = 648 \text{ kg/qm.}$$

Es ist:

$$V_{max} = 1200 \cdot \frac{5}{2} = 3000 \text{ kg}$$

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b . h + n . f_e} = \frac{3000}{100 . 23 + 15 . 10{,}17} = 1{,}2 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau'_{b\,max} = \frac{3V_{max}}{b(3h'-x_0)} = \frac{3\,.\,3000}{100\,.\,(3\,.\,21{,}2-6{,}6} = 1{,}6 \text{ kg/qcm}$$

$$U = 9\,.\,1{,}2\,.\,\pi = 33{,}9 \text{ cm}$$

$$\tau_{h\,max} = \frac{3V_{max}}{U(3h'-x_0)} = \frac{3\,.\,3000}{33{,}9\,.\,(3\,.\,21{,}2-6{,}6)} = 4{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

Die Haftspannung $\tau_{h\,max}$ hat somit nahezu die zulässige Grenze erreicht. Es besagt dies, dass der gewählte Rundeisendurchmesser (1,2 cm) nahe dem gestatteten Grösstwert liegt. Tatsächlich folgt denn auch aus Gleichung 53

$$d_{max} = \frac{250\,.\,L_1}{\sigma_e} = \frac{250\,.\,5}{1000} = 1{,}25 \text{ cm.}$$

4. **Für die im Beispiel 3 behandelte Decke soll der Eisenquerschnitt durch zehn Rundeisen von je 1,5 cm Durchmesser gebildet werden. Welche Höhe h und Beanspruchungen der Baustoffe ergeben sich daraus?**

Der gesamte Eisenquerschnitt beträgt $10 \cdot \frac{1{,}5^2\,.\,\pi}{4} = 17{,}7$ qm und nach Gleichung 23 folgt daher:

$$f_e = 10\,.\,C\,.\,\sqrt{M} = 10\,.\,C\,.\,\sqrt{187500} = 17{,}7$$

$$C = \frac{17{,}7}{10\,.\,\sqrt{187500}} = 0{,}004088.$$

Nach der Tabelle Seite 30 ergibt sich für den Wert A durch Interpolation

$$A = 0{,}3689 - \frac{0{,}3689-0{,}3633}{0{,}00431-0{,}00395} \cdot (0{,}00409-0{,}00395)$$

$$A = 0{,}3689 - 0{,}0056 \cdot \frac{14}{36} = 0{,}3667.$$

Hierfür ist aus der Tabelle: $c = \frac{3}{7} + \left(\frac{12}{27} - \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{14}{36} = \sim \frac{24}{55}$,

ferner

$$\sigma_e = 800 - 50 \cdot \frac{14}{36} = \sim 780 \text{ kg/qcm}$$

sowie

$$\sigma_b = 40 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Formel 22 ergibt sich:

$$h' = \frac{A}{10} \cdot \sqrt{M} = 0{,}03667\,.\,\sqrt{187500} = 15{,}9 \text{ cm}$$

$$x_0 = c\,.\,h' = \frac{24}{55} \cdot 15{,}9 = 6{,}9.$$

Für $a = \sim 2{,}1$ cm ist $h = 15{,}9 + 2{,}1 = 18$ cm und demnach $g = 0{,}18 \,.\, 2400 = 432$ kg pro qm. Es verbleibt somit für die Nutzlast

$$q = 1200 - 432 = 768 \text{ kg pro qm}$$

$$V_{max} = 1200 \cdot \frac{5}{2} = 3000 \text{ kg}$$

$$\tau_{b\,max} = \frac{3000}{b \,.\, h + nf_e} = \frac{3000}{100 \,.\, 18 + 15 \,.\, 17{,}7} = \sim 1{,}5 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau'_{b\,max} = \frac{3 \,.\, V_{max}}{b(3 \,.\, h' - x_o)} = \frac{3 \,.\, 3000}{100 \,.\, (3 \,.\, 15{,}9 - 6{,}9)} = 2{,}2 \text{ kg/qcm.}$$

Der Rundeisenumfang beträgt $10 \,.\, 1{,}5\pi = 47{,}1$ cm. Demnach

$$\tau_{h\,max} = \frac{3V_{max}}{U(3h' - x_o)} = \frac{3 \,.\, 3000}{47{,}1(3 \,.\, 15{,}9 - 6{,}9)} = 4{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

Aus der Grösse von $\tau_{h\,max}$ ist zu ersehen, dass der gewählte Rundeisendurchmesser dem gestatteten Grösstwert nahe liegt. Aus Gleichung 53 folgt denn auch

$$d_{max} = \frac{250 \,.\, 5}{780} = 1{,}6 \text{ cm.}$$

5. Es sei eine Eisenbetondecke für 6 m freie Weite bei 600 kg pro qm Nutzbelastung zu berechnen, wenn die Decke an den Auflagern als vollkommen eingespannt betrachtet werden kann.

Gehen wir von dem Moment an den Einspannstellen aus und fordern zugleich eine möglichst niedrige Konstruktion so müssen wir die Eisenbeanspruchung niedrig annehmen.

Für $\sigma_e = 500$ kg/qcm und $\sigma_b = 40$ kg/qcm ist nach der Tabelle auf Seite 35 $c = \frac{6}{11}$ und bei $\mu = 12$

$$\frac{6}{\mu} \cdot K = 0{,}01010.$$

Gleichung 27 liefert dann

$$h' = 6 \,.\, [13{,}2 \,.\, 0{,}0101 \,.\, 6 + \sqrt{(13{,}2 \,.\, 0{,}0101 \,.\, 6)^2 + 600 \,.\, 0{,}0101}]$$
$$h' = 20{,}4 \text{ cm.}$$

Infolge der bei niedrigen Eisenbeanspruchungen sich ergebenden grossen Querschnitte lässt sich die der Formel 27 zugrunde gelegte Annahme $a = \frac{h'}{10}$ nicht gut aufrecht erhalten und wir wählen $a = 3$ cm. Das damit erhöhte Eigengewicht zu berücksichtigen ist nicht nötig, da andererseits die Ableitung der Gleichung 24 für den beiderseits freigelagerten Balken erfolgte und die Stützweite mit 1,04 der Lichtweite angenommen wurde. Bei dem eingespannten Balken aber wird das

Moment aus der Lichtweite bestimmt. Es ist aus diesem Grunde sogar zu erwägen h′ nach unten abzurunden. Für $h' = \sim 20$ und $h = h' + a = 20 + 3 = 23$ cm ist

$$M = (0{,}23 \,.\, 2400 + 600) \cdot \frac{6^2}{12} \cdot 100 = 345\,600 \text{ cm/kg}.$$

Aus Gleichung 22 folgt nunmehr

$$A = \frac{10 \,.\, h'}{\sqrt{M}} = \frac{200}{\sqrt{345600}} = 0{,}3400.$$

Dem entspricht nach Tabelle Seite 30:

$$\beta = 0{,}01898 + \frac{0{,}02182 - 0{,}01898}{0{,}3406 - 0{,}3348} \cdot (0{,}3406 - 0{,}3400) = 0{,}01928$$

$$f_e = \beta \,.\, b \,.\, h' = 0{,}01928 \,.\, 100 \,.\, 20 = 38{,}56 \text{ qcm}.$$

Würde man 12 Rundeisen von je 2 cm Durchmesser annehmen, so wäre $f_e = 12 \cdot \frac{2^2 \,.\, \pi}{4} = 37{,}7$ qcm. Mithin

$$x_o = \frac{15 \,.\, 37{,}7}{100} \left[\sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 100 \,.\, 20}{15 \,.\, 37{,}7}} - 1 \right] = 10{,}4 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{6 \,.\, M}{x_o \,.\, b(3h' - x_o)} = \frac{6 \,.\, 345600}{1040 \,.\, (3 \,.\, 20 - 10{,}4)} = 40{,}2 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \frac{3M}{f_e(3h' - x_o)} = \frac{3 \,.\, 345600}{37{,}7(3 \,.\, 20 - 10{,}4)} = 554 \text{ kg/qcm}.$$

Die Beanspruchungen σ_b und σ_e würden beide niedriger geworden sein, wenn der rechnerisch geforderte Querschnitt (38,56 qcm) in unverminderter Grösse zur Ausführung angenommen worden wäre.

Will man bei grösseren Lichtweiten eingespannter Decken den Koëffizient 1,04 der Länge L_1 nicht berücksichtigen, um die Grösse h′ nicht zu gross zu ermitteln, so multipliziert man die Tabellenwerte $\frac{6}{\mu} \cdot K$ mit $\frac{1}{1{,}04^2} = \sim \frac{1}{1{,}08}$. Für vorliegenden Fall wäre

$$\frac{6}{\mu} \,.\, K \,.\, \frac{1}{1{,}08} = 0{,}00935$$

und demnach

$$h' = 6\left[13{,}2 \,.\, 0{,}00935 \,.\, 6 + \sqrt{(13{,}2 \,.\, 0{,}00935 \,.\, 6)^2 + 600 \,.\, 0{,}00935}\right] = 19{,}6 \text{ cm}.$$

Die Differenz ist im vorliegenden Falle also noch nicht sehr wesentlich.

$$V_{max} = (0{,}23 \,.\, 2400 + 600) \,.\, \frac{6}{2} = \sim 3460 \text{ kg}$$

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b \,.\, h + n \,.\, f_e} = \frac{3460}{100 \,.\, 23 + 15 \,.\, 37{,}7} = 1{,}2 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau_b'{}_{max} = \frac{3\ V_{max}}{b(3 \,.\, h' - x_o)} = \frac{3 \,.\, 3460}{100(3 \,.\, 20 - 10{,}4)} = 2{,}1 \text{ kg/qcm}$$

$$U = 12 \,.\, \pi \,.\, 2 = 75{,}4 \text{ cm}$$

$$\tau_{h\,max} = \frac{3\ V_{max}}{U(3h' - x_o)} = \frac{3 \,.\, 3460}{75{,}4 \,.\, (3 \,.\, 20 - 10{,}4)} = 2{,}8 \text{ kg/qcm.}$$

Das Moment in der Deckenmitte hat nur die Grösse $\frac{345\,600}{2} = 172\,800$ cm/kg. Zur Ermittelung des Eisenquerschnittes in der Deckenmitte gehen wir von Gleichung 22 aus und ermitteln

$$A = \frac{10 \,.\, h'}{\sqrt{172\,800}} = \frac{200}{416} = 0{,}4808.$$

Dem entspricht nach Tabelle auf Seite 30:

$$\beta = 0{,}00466 + \frac{0{,}00533 - 0{,}00466}{0{,}4865 - 0{,}4591} \,.\, (0{,}4895 - 0{,}4808)$$

$$\beta = 0{,}00466 + 0{,}00019 = 0{,}00485$$

$$f_e = \beta \,.\, b \,.\, h' = 0{,}00485 \,.\, 100 \,.\, 20 = 9{,}7 \text{ qcm.}$$

Verwendet man neun Rundeisen von je 1,2 cm Durchmesser, indem die Armierung entsprechend der Fig. 12 angeordnet wird, so ist $f_e = 9 \,.\, \frac{1{,}2^2 \,.\, \pi}{4} = 10{,}0$ qcm und somit

$$x_o = \frac{15 \,.\, 10}{100} \,.\, \left[\sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 100 \,.\, 20}{15 \,.\, 10}} - 1\right] = 6{,}4 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{6\,M}{x_o b(3h' - x_o)} = \frac{6 \,.\, 172\,800}{6{,}4 \,.\, 100 \,.\, (3 \,.\, 20 - 6{,}4)} = 32 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \frac{3M}{f_e(3h' - x_o)} = \frac{3 \,.\, 172800}{10 \,.\, (3 \,.\, 20 - 6{,}4)} = 967 \text{ kg/qcm.}$$

2. Die doppelt armierte Eisenbetonkonstruktion.

Unter Hinweis auf die mit allgemeiner Gültigkeit abgeleiteten Beziehungen und Gleichungen 1—8 und auf die Bezeichnungsweise der Figuren 47 und 47 a erhält man

$$D_b + D'_e = Z_e$$

$$\frac{x_o b}{2} \cdot \sigma_b + f'_e \cdot \sigma'_e = f_e \cdot \sigma_e.$$

Nach den Gleichungen 2 und 7 gilt

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_o}{x_o}$$

$$\sigma'_e = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{x_o - a'}{x_o}.$$

Mithin

$$\frac{x_o b}{2} \cdot \sigma_b + f'_e \cdot \sigma_b \cdot n \frac{x_o - a'}{x_o} = f_e \cdot \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_o}{x_o}$$

$$\frac{x_o^2 b}{2} + f'_e n (x_o - a') = f_e n (h' - x_o).$$

In letzterer Gleichung erkennt man wiederum das bereits früher gewonnene Ergebnis, dass nämlich die Nullinie zusammenfällt mit der Schwerlinie des als tragend gedachten ideellen Querschnittes, welcher in der Druckzone durch $b x_o + n . f_e'$ und in der Zugzone durch $n f_e$ gebildet wird. Die Multiplikation von f_e' und f_e mit n ist als gedachte Umwandlung der Eisenquerschnitte in statisch gleichwertige Betonquerschnitte aufzufassen.

Aus der letzten Gleichung folgt weiter

$$x_o^2 + x_o \frac{2n}{b}(f'_e + f_e) - \frac{2n}{b}(f_e \cdot h' + f_e' \cdot a') = o$$

$$x_o = -\frac{n}{b}(f'_e + f_e) \pm \sqrt{\frac{n^2}{b^2}(f'_e + f_e)^2 + \frac{2n}{b}(f_e \cdot h' + f'_e \cdot a')}$$

$$56) \quad \ldots \quad x_o = \frac{n}{b}(f'_e + f_e)\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2b(f_e \cdot h' + f'_e \cdot a')}{n \cdot (f'_e + f_e)^2}}\right].$$

Für $f_e' = o$ geht die Gleichung 56 in die für die einfach armierte Eisenbetonkonstruktion Form der Gleichung 9 über.

Stellt man das Moment der Querschnittskräfte bezüglich des in der Zugarmierungsschwerlinie gedachten Drehpunktes auf, so erhält man die Beziehung

$$M = D_b \cdot \left(h' - \frac{x_o}{3}\right) + D'_e(h' - a') = \frac{x_o b}{2} \cdot \sigma_b \cdot \left(h' - \frac{x_o}{3}\right) + f'_e \cdot \sigma'_e \cdot (h' - a').$$

Für σ_e' den Ausdruck aus Gleichung 7 gesetzt, resultiert:

$$M = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right) + f_e' \cdot \sigma_b \cdot n \cdot \frac{x_0 - a'}{x_0} \cdot (h' - a')$$

$$6 M x_0 = x_0^2 \cdot b \cdot \sigma_b (3h' - x_0) + 6 \cdot f_e' \cdot \sigma_b \cdot n \cdot (x_0 - a') \cdot (h' - a')$$

57) . . . . . $$\sigma_b = \frac{6 \cdot M \cdot x_0}{x_0^2 b (3h' - x_0) + 6 f_e' n (x_0 - a')(h' - a')}$$

Würde man den Momentendrehpunkt in der Nullinie angenommen haben, so wäre

$$M = D_b \cdot \frac{2}{3} \cdot x_0 + D_e' \cdot (x_0 - a') + Z_e \cdot (h' - x_0)$$

$$M = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b \cdot \frac{2}{3} x_0 + f_e' \cdot \sigma_e' \cdot (x_0 - a') + f_e \sigma_e (h' - x_0).$$

Für σ_e und σ_e' die Ausdrücke aus Gleichung 2 und 7 gesetzt, folgt:

$$M = \frac{x_0^2 b}{3} \cdot \sigma_b + f_e' \cdot \sigma_b \cdot n \cdot \frac{(x_0 - a')^2}{x_0} + f_e \cdot \sigma_b \cdot n \cdot \frac{(h' - x_0)^2}{x_0}$$

$$M \cdot x_0 = \frac{x_0^3 b}{3} \cdot \sigma_b + f'_e \cdot \sigma_b n (x_0 - a')^2 + f_e \cdot \sigma_b \cdot n \cdot (h' - x_0)^2$$

57a) . . . . $$\sigma_b = \frac{M \cdot x_0}{\frac{x_0^3 b}{3} + n \cdot f_e' (x_0 - a')^2 + n \cdot f_e \cdot (h' - x_0)^2}$$

Mit dem Momentendrehpunkt im Betondruckmittelpunkt, also in der Entfernung $\frac{x_0}{3}$ von der äussersten Betondruckfaser, folgt:

$$M = Z_e \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right) + D'_e \left(\frac{x_0}{3} - a'\right) = f_e \sigma_e \left(h' - \frac{x_0}{3}\right) + f_e' \sigma_e' \left(\frac{x_0}{3} - a'\right)$$

Mit Berücksichtigung von Gleichung 2 bezw. 7 ist dann:

$$M = f_e \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_0}{x_0} \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right) + f_e' \cdot \sigma_b \cdot n \cdot \frac{x_0 - a'}{x_0} \cdot \left(\frac{x_0}{3} - a'\right)$$

57b) . . . . $$\sigma_b = \frac{3 M x_0}{n f_e (h' - x_0)(3h' - x_0) + n f_e' (x_0 - a')(x_0 - 3a')}$$

Nimmt man den Momentendrehpunkt in der Schwerlinie der Druckeiseneinlage ein, so ergibt sich

$$M = Z_e \cdot (h' - a') - D_b \cdot \left(\frac{x_0}{3} - a'\right) = f_e \sigma_e (h' - a') + \frac{x_0 b}{2} \sigma_b \left(\frac{x_0}{3} - a'\right).$$

Wegen $\sigma_e = \sigma_b \, . \, n \cdot \frac{h' - x_o}{x_o}$ resultiert

$$M = f_e \, . \, \sigma_b \, . \, n \cdot \frac{h' - x_o}{x_o}(h' - a') - \frac{x_o b}{2} \cdot \sigma_b \cdot \left(\frac{x_o}{3} - a'\right)$$

$$6 M x_o = 6 \, . \, f_e \, . \, \sigma_b \, . \, n(h' - x_o)(h' - a') - x_o^2 b \sigma_b (x_o - 3a').$$

$$57c) \quad \ldots \quad \sigma_b = \frac{6 \, . \, M \, . \, x_o}{-x_o^2 b(x_o - 3a') + 6 n f_e (h' - x_o)(h' - a')}$$

Sämtliche 4 Gleichungen 57 bis 57 c ergeben selbstverständlich ein und dieselbe Grösse für die Beanspruchung; nur die Formen der Ausdrücke für σ_b sind verschieden.

Gleichung 57 a zeigt eine Form, welche der Gleichung 28 für den einfach armierten Balken entspricht. Der Nenner bedeutet auch hier nichts anderes als das Trägheitsmoment des tragenden Querschnittes, bei welchem der Eisenquerschnitt in n-facher Grösse als gedachter Betonquerschnitt in die Berechnung eingeführt wird. Die Gleichungen 29 bis 32

$$\sigma_b = \frac{M}{J_n} \cdot x_o = \frac{M}{W_b}$$

$$\sigma_e = n \cdot \frac{M}{J_n}(h' - x_o) = \frac{M}{W_e}$$

haben, wie ja ohne weiteres einleuchtet und auch bereits erwähnt wurde, für auf reine Biegung beanspruchte Körper allgemeine Geltung.

Zur Berechnung der Beanspruchungen σ_e' wird zweckmässig nach Bestimmung von σ_b die Gleichung 7 benutzt. In gleicher Weise könnte auch σ_e aus Gleichung 2 ermittelt werden.

Die für doppelte Armierung abgeleiteten Ausdrücke für die Beanspruchungen setzen den Beton- und die Eisenquerschnitte als bekannt voraus. Sie gestatten also unmittelbar keine Dimensionierung, sondern bedingen ein mehr oder weniger zeitraubendes Versuchsrechnen. Durch zweckmässige Umwandlung der Ausdrücke und Zerlegung der inneren Kräfte können jedoch Formeln entwickelt werden, durch welche sich eine rasche Querschnittsbestimmung ermöglichen lässt. Zunächst wird wieder $a = \frac{h'}{10}$ angenommen und auch a′ soll in derselben Grösse in die Berechnung eingeführt werden. Mit den bekannten Beziehungen

$$x_o = e \, . \, h', \qquad a = a' = \frac{h'}{10},$$

$$f_e = \beta \, . \, b \, . \, h', \qquad f_e' = \lambda \, . \, b \, . \, h',$$

$$\sigma_e = n \, . \, \sigma_b \cdot \frac{h' - x_o}{x_o} = n \, . \, \sigma_b \cdot \frac{1 - c}{c}, \qquad \sigma_e' = n \, . \, \sigma_b \cdot \frac{x_o - a'}{x_o} = n \, . \, \sigma_b \cdot \frac{c - \frac{1}{10}}{c}$$

ergibt sich nun

$$D_b = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b = \frac{c \,.\, h' \,.\, b}{2} \cdot \sigma_b$$

$$D_e' = f_e' \,.\, \sigma_e' = \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{c - \frac{1}{10}}{c} = \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c}$$

$$Z_e = f_e \sigma_e = \beta \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{1 - c}{c}$$

$$D_b + D_e' - Z_e = o = \frac{ch'b}{2} \cdot \sigma_b + \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{10c - 1}{10c} - \beta \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{1 - c}{c}.$$

$$58) \quad \ldots\ldots \quad o = \frac{c}{2} + \lambda \,.\, n \cdot \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} - \beta \,.\, n \cdot \frac{1 - c}{c}.$$

Eine jede Kraft P (s. Fig. 65) kann nun zerlegt werden in eine gleich grosse, gleich gerichtete Kraft P′ und in ein Kräftepaar P(—P′), dessen Drehmoment gleich ist demjenigen der ursprünglich gegebenen Kraft P um einen Punkt der Kraft P′; denn an dem durch P repräsentierten Kräftezustand wird durch Hinzufügen der beiden einander das Gleichgewicht haltenden Kräfte P′ und —P′ nichts geändert. Indem nun P′ ausserdem gleich P gemacht wurde, bilden die beiden Kräfte —P′ und P ein Kräftepaar vom Momente P . f, welches somit in Verbindung mit der Kraft P′ genau die gleiche Wirkung ausübt, wie die Kraft P allein. Denken wir uns nun in solcher Weise die Kraft D_e' zerlegt in eine gleich grosse, im Betondruckmittelpunkt wirkende Kraft, so muss zu letzterer noch ein Gegenpaar vom Momente

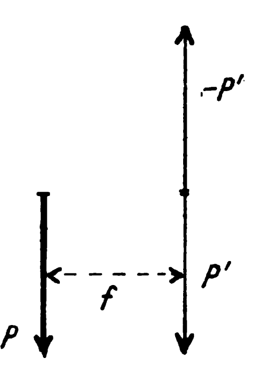


Fig. 65.

$$\mathfrak{M} = D_e' \cdot \left(\frac{x_0}{3} - a'\right) = f_e' \,.\, \sigma_e' \left(\frac{x_0}{3} - a'\right) = \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} \cdot \left(\frac{ch'}{3} - \frac{h'}{10}\right)$$

hinzugefügt werden (siehe Fig. 66).

Ein Kräftepaar kann nun ersetzt werden durch ein beliebig anderes, sofern die Momentengrösse und der Drehsinn unverändert bleiben. Das Kräftepaar mit dem Kräfteabstand $\frac{x_0}{3} - a'$ kann demnach auch in ein anderes mit dem Kräfteabstand $h' - \frac{x_0}{3}$ verwandelt werden. Die Grössen der Kräfte des letzteren Paares ergeben sich natürlich zu $\frac{\mathfrak{M}}{h' - \frac{x_0}{3}}$. Bezeichnen wir sie mit D_e'', so ist

$$D_e'' = \frac{\mathfrak{M}}{h' - \frac{x_0}{3}} = \frac{1}{h' - \frac{ch'}{3}} \cdot \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} \cdot \left(\frac{ch'}{3} - \frac{h'}{10}\right)$$

$$D_e'' = \frac{3}{3 - c} \cdot \lambda \,.\, b \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} \cdot \frac{10 \,.\, c - 3}{30} \cdot h'.$$

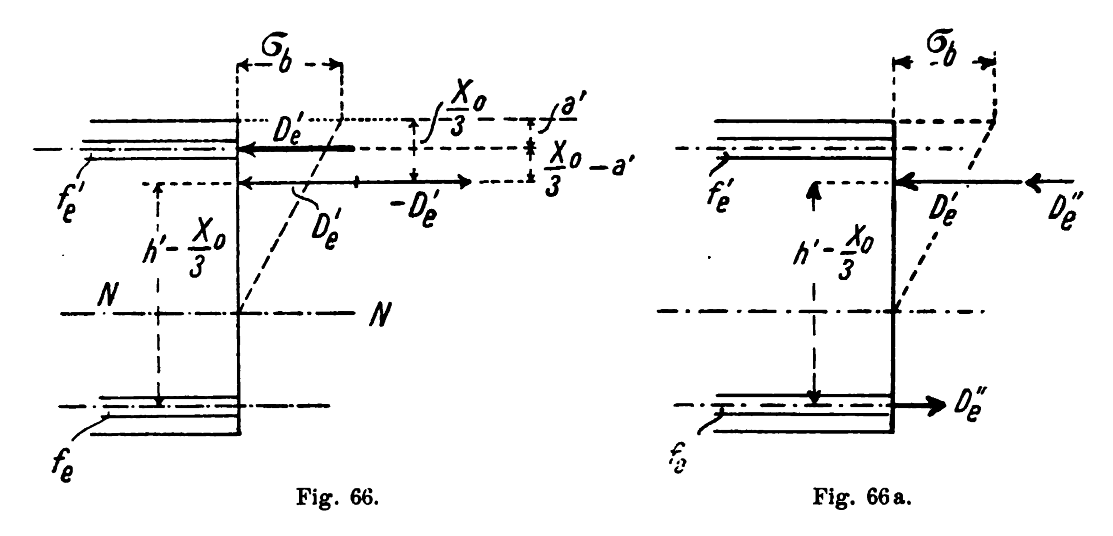


Fig. 66. Fig. 66a.

Fig. 66a zeigt die Anordnung der Kräfte, welche in der Wirkung gleich sind der in der Druckeisenschwerlinie vorhanden gedachten Kraft $D_e' = f_e' \cdot \sigma_e'$. Im Betondruckmittelpunkt hat man sich also die Kraft $D_e' + D_e''$ wirkend zu denken. Es ist.

$$D_e' + D_e'' = \lambda \cdot b \cdot h' \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \frac{10 \cdot c - 1}{10 \cdot c} + \frac{3}{3-c} \cdot \lambda \cdot b \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \frac{10 \cdot c - 1}{10 \cdot c} \cdot \frac{10 \cdot c - 3}{30} \cdot h'$$

$$D_e' + D_e'' = \lambda \cdot b \cdot h' \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \frac{10 \cdot c - 1}{10 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{10 \cdot c - 3}{10 \cdot (3-c)}\right)$$

$$D_e' + D_e'' = \lambda \cdot b \cdot h' \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \frac{10 \cdot c - 1}{10 \cdot c} \cdot \frac{27}{30 - 10 \cdot c}$$

Die Resultierende des gesamten Betondruckes D_b wirkt nun bekanntlich in dem Betondruckmittelpunkt, also in derselben Geraden, in welcher wir auch die gedachte Kraft $D_e' + D_e''$ annehmen. In Wirklichkeit verteilt sich aber der Betondruck D_b auf die Höhe x_0 nach Art der Dreiecksbelastung und somit kann auch die Kraft $D_e' + D_e''$ in ganz gleicher Weise aufgefasst werden als Resultante einer Dreieckbelastung mit der Basis x_0. Diese Dreiecksbelastung aber kann man sich vorstellen als Vergrösserung des Betondruckes D_b, welche statisch gleichwertig ist der Kraft in der Druckarmierung.

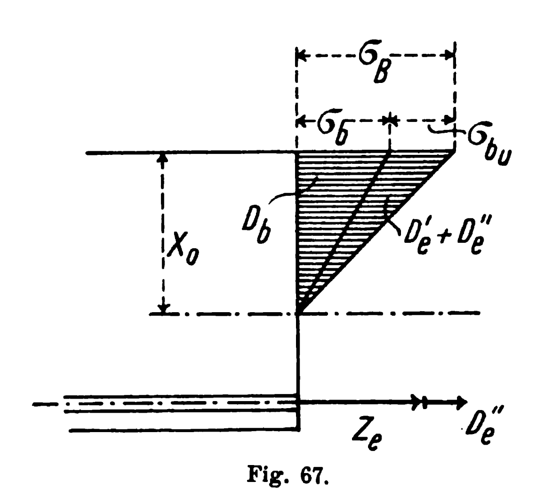


Fig. 67.

Durch die vorstehend gegebene Umwandlung der Kräfte zu einer Kräfteverteilung nach Fig. 67 ist die doppelt armierte Eisenbetonkonstruktion in der Idee ersetzt durch eine solche mit alleiniger Armierung in der Zugzone. In dieser einfach armierten Konstruktion wirkt dann die Betondruckkraft $D_b + D_e' + D_e''$ sowie die Kraft $Z_e + D_e''$ in der Zugarmierung. Die „gedachte“ totale Beton-

beanspruchung σ_B der einfach armierten Konstruktion setzt sich dann aus zwei Summanden zusammen, deren einer, σ_b, resultierend aus D_b, die tatsächliche Betonbeanspruchung im doppelt armierten Balken bedeutet, während der andere σ_{bu}, folgend aus $D_e' + D_e''$, als „gedachte" Überanspruchung des Betons bei Ausschaltung der Druckarmierung aufzufassen ist. In gleicher Weise ist die „gedachte" totale Beanspruchung σ_E in der Zugzonenarmierung der einfach armierten Konstruktion als Summe der tatsächlichen Eisenbeanspruchung σ_e und der aus D_e'' hergeleiteten, „gedachten" Überanspruchung σ_{eu} anzusehen.

Bei der in der Idee ausgeführten Umwandlung der doppelt armierten Konstruktion in eine einfach armierte ist die Grösse $x_0 = c \,.\, h'$ vollkommen unverändert geblieben, so dass zur Ermittelung des Koeffizienten c die wirklichen Beanspruchungen σ_e und σ_b im doppelt armierten Balken benutzt werden können; also:

$$x_0 = c \,.\, h' = \frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n} \cdot h'$$

Nach Fig. 67 gilt nun offenbar für das Verhältnis der Beanspruchungen σ_b und σ_{bu} die Proportion

$$\sigma_b : \sigma_{bu} = D_b : (D_e' + D_e'')$$

$$\sigma_b : \sigma_{bu} = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_b : \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \,.\, \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} \cdot \frac{27}{30 - 10 \,.\, c}$$

$$\sigma_b : \sigma_{bu} = \frac{c \,.\, h' b}{2} \cdot \sigma_b : \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} \cdot \frac{27}{30 - 10 \,.\, c}$$

$$\sigma_b : \sigma_{bu} = \frac{c}{2} : \lambda \,.\, n \cdot \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} \cdot \frac{27}{30 - 10 \,.\, c}$$

$$59) \quad \ldots\ldots \quad \lambda = \frac{c}{2} \cdot \frac{10 \,.\, c}{n \,.\, (10 \,.\, c - 1)} \cdot \frac{30 - 10 \,.\, c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$$

Setzt man diesen Ausdruck für λ in Gleichung 58 ein, so erhält man:

$$o = \frac{c}{2} + \frac{c}{2} \cdot \frac{30 - 10 \,.\, c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \beta \,.\, n \cdot \frac{1 - c}{c}$$

$$o = \frac{c}{2}\left(1 + \frac{30 - 10 \,.\, c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}\right) - \beta \,.\, n \cdot \frac{1 - c}{c}$$

$$60) \quad \ldots\ldots \quad \beta = \frac{c^2}{2 \,.\, n \,.\, (1 - c)}\left(1 + \frac{30 - 10 \,.\, c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}\right)$$

$$60a) \quad \ldots\ldots \quad \beta = \frac{c^2}{2 \,.\, n \,.\, (1 - c)} + \frac{c^2}{2 \,.\, n \,.\, (1 - c)} \cdot \frac{30 - 10 \,.\, c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$$

Setzt man in Gleichung 60a

$$\frac{c^2}{2 \,.\, n \,.\, (1 - c)} = H$$

$$\frac{c^2}{2 \,.\, n \,.\, (1 - c)} \cdot \frac{30 - 10 \,.\, c}{27} = O$$

und in Gleichung 59

$$\frac{c}{2} \cdot \frac{10 \cdot c}{n \cdot (10 \cdot c - 1)} \cdot \frac{30 - 10 \cdot c}{27} = R,$$

so lauten die Gleichungen für β und λ:

$$61) \quad \ldots \ldots \quad \beta = H + 0 \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}.$$

$$62) \quad \ldots \ldots \quad \lambda = R \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}.$$

Das Eisenmaterial in der Druckzone wird im allgemeinen nicht genügend ausgenützt und zwar natürlich um so weniger, je niedriger die Betonbeanspruchung ist. Es folgt z. B. aus Tabelle auf Seite 30 für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 20$ kg/qcm

$$c = \frac{3}{13}$$

und somit gemäss Formel 7

$$\sigma_e' = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{x_0 - a'}{x_0} = 20 \cdot 15 \cdot \frac{\frac{3}{13} \cdot h' - \frac{1}{10} \cdot h'}{\frac{3}{13} \cdot h'} = 20 \cdot 15 \cdot \frac{\frac{3}{13} - \frac{1}{10}}{\frac{1}{13}}$$

$$\sigma_e' = 20 \cdot 15 \cdot \frac{17}{30} = 170 \text{ kg/qcm}.$$

Für $\sigma_e = 400$, $\sigma_b = 40$ folgt $c = \frac{3}{5}$ und demnach

$$\sigma_e' = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{x_0 - a'}{x_0} = 40 \cdot 15 \cdot \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{3}{5}} = 500 \text{ kg/qcm}.$$

Diese beiden Gegenüberstellungen zeigen schon, dass die Armierung in der Druckzone aus wirtschaftlichen Gründen nur dann in Frage kommt, wenn die Betonbeanspruchung die zulässige Grenze erreicht hat. Die doppelte Armierung wird ferner noch um so zweckmässiger, je grösser das Verhältnis $\frac{x_0 - a'}{x_0}$ wird, da mit diesem Verhältnis auch σ_e' grösser, die Materialausnützung also besser wird. Der Ausdruck $\frac{x_0 - a'}{x_0}$ wächst mit grösser werdendem x_0; denn wandelt man den Ausdruck um in $\frac{x_0}{x_0} - \frac{a'}{x_0} = 1 - \frac{a'}{x_0}$, so ist ersichtlich, dass ein wachsendes x_0 eine Abnahme des Wertes $\frac{a'}{x_0}$, also eine Zunahme von $1 - \frac{a'}{x_0}$ zur Folge hat. Es

geht hieraus hervor, dass die doppelte Armierung vorzugsweise dann Vorteile bietet, wenn es sich um die Erzielung möglichst niedriger Konstruktionshöhe h handelt; denn dann wird von vornherein die Beanspruchung σ_e in der Zugarmierung niedrig angenommen, woraus sich ein grosser Wert c, also auch ein grosser Wert $x_0 = c \cdot h'$ ergibt. In nachfolgender Tabelle sind für viele Beanspruchungen σ_e und σ_b die Zahlenwerte H, O und R für die Gleichungen 61 und 62 zusammengestellt.

σ_e	σ_b	C	H	O	R
1000	27,5	$^{38}/_{118}$	0,00402	0,00403	0,01485
1000	30	$^{9}/_{29}$	0,00466	0,00464	0,01520
1000	32,5	$^{39}/_{119}$	0,00533	0,00527	0,01556
1000	35	$^{21}/_{61}$	0,00602	0,00593	0,01591
1000	37,5	$^{9}/_{25}$	0,00675	0,00660	0,01625
1000	40	$^{3}/_{8}$	0,00750	0,00729	0,01657
950	40	$^{12}/_{31}$	0,00815	0,00789	0,01684
900	40	$^{2}/_{5}$	0,00889	0,00856	0,01712
850	40	$^{12}/_{29}$	0,00974	0,00933	0,01742
800	40	$^{3}/_{7}$	0,01071	0,01020	0,01775
750	40	$^{12}/_{27}$	0,01185	0,01122	0,01809
700	40	$^{6}/_{13}$	0,01319	0,01240	0,01847
650	40	$^{12}/_{25}$	0,01477	0,01379	0,01886
600	40	$^{1}/_{2}$	0,01667	0,01543	0,01929
550	40	$^{12}/_{23}$	0,01898	0,01741	0,01975
500	40	$^{6}/_{11}$	0,02182	0,01984	0,02024
450	40	$^{12}/_{21}$	0,02540	0,02284	0,02077
400	40	$^{3}/_{5}$	0,03000	0,02667	0,02133

Die in der Tabelle angegebenen Werte für $\sigma_e < 550$ werden indes kaum zur Anwendung kommen können; denn wenn die Armierung der Druckzone einen wesentlichen Teil der Druckkräfte aufnehmen soll, so wird man auch das Verhältnis $\frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$ nicht zu klein annehmen müssen. Es ergeben sich dann aber für die niedrigen Werte σ_e so grosse Zugarmierungsquerschnitte $f_e = \beta \cdot b \cdot h' = \left(H + O \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}\right) \cdot b \cdot h'$, dass hieraus nicht allein Schwierigkeiten in der Ausführung folgen, sondern dass auch die der Rechnung zugrunde liegenden Annahmen nicht einwandfrei aufrecht erhalten werden können[1]).

1) Der Angriffspunkt der Zugkräfte würde in immerhin merklichem Abstand von der Zugarmierungsschwerlinie liegen, und a, sowie auch a′ müssten grösser als $\frac{h'}{10}$ angenommen werden.

Auch in wirtschaftlicher Hinsicht hebt die niedrige Beanspruchung in der Zugarmierung den für die Druckarmierung gewonnenen Vorteil höherer Beanspruchung wieder auf. Für $\sigma_e = 550$ kg/qcm ist $c = \frac{12}{23}$, somit

$$\sigma_e' = \sigma_b \,.\, n \cdot \frac{x_o - a'}{x_o} = 40 \,.\, 15 \frac{\frac{12}{23} - \frac{1}{10}}{\frac{12}{23}}$$

$$\sigma_e' = 40 \,.\, 15 \cdot \frac{97}{120} = 485 \text{ kg/qcm.}$$

Für die Dimensionierung der armierten Konstruktionen nach der voranstehend erörterten Weise ist die vorherige Annahme der Beanspruchungen σ_e und σ_b erforderlich, sowie auch der gedachten Überanspruchung σ_{bu}. Die Gleichung 10a geht dann für den durch Fig. 67 dargestellten Fall über in

$$63) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sigma_B = \sigma_b + \sigma_{bu} = \frac{6M}{x_0 b(3h' - x_0)},$$

worin, wie mehrfach erwähnt, $x_o = c \,.\, h' = \frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n} \cdot h'$ ist.

Bezeichnet man das Verhältnis $\frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$ mit ξ, so ist $\sigma_{bu} = \sigma_b \,.\, \xi$ und

$$\sigma_B = \sigma_b + \sigma_b \,.\, \xi = \sigma_b (1 + \xi)$$

Die aus Gleichung 11 abgeleitete Gleichung 27 würde daher für doppelte Armierung dahin abzuändern sein, dass man an Stelle von σ_b das Produkt $\sigma_b (1 + \xi)$ setzt. Es folgt dann also

$$\frac{1{,}04^2}{\sigma_b(1+\xi) \,.\, c \,.\, (3-c)} = \frac{1}{1+\xi} \cdot K$$

und demnach

$$64) \quad . \; . \quad h' = L_1 \cdot \left[\frac{13{,}2}{1+\xi} \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1 \pm \sqrt{\left(\frac{13{,}2}{1+\xi} \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1\right)^2 + \frac{q}{1+\xi} \cdot K \cdot \frac{6}{\mu}}\right]$$

Die für den einfach armierten Balken aufgestellten Sätze in bezug auf die Veränderung der inneren Kräfte bei Abänderung der oder jener Querschnittsgrösse und die daraus zu ziehenden Folgerungen können an Hand der Fig. 67 sinngemäss auch auf den doppelt armierten Balken übertragen werden und lauten dann:

1. Eine Vergrösserung von h' hat eine Verringerung von σ_B und σ_E zur Folge. Diese Verringerung kann als Verminderung von σ_{bu} aufgefasst werden und demgemäss darf eine Reduktion des Querschnittes f_e' ein-

treten. Aus der Verkleinerung von $\sigma_E = \sigma_e + \sigma_{eu}$ kann ebenfalls eine Verkleinerung von f_e gefolgert werden.

2. Bei einer Verkleinerung des Zugarmierungsquerschnittes f_e tritt unter Voraussetzung konstanter Dimension h' eine Vergrösserung von σ_B ein, welche wiederum gleichbedeutend mit einer Vergrösserung von σ_{bu} ist. Eine Verminderung des Zugarmierungsquerschnittes hat somit eine Vergrösserung des Eisenquerschnittes in der Druckzone zur Folge.
3. Aus dem vorangegangenen Satz folgt ohne weiteres die Umkehrung, d. h. bei konstantem h' entspricht einer Verkleinerung des Druckarmierungsquerschnittes f_e' eine Vergrösserung von f_e.

Es bleibt nun noch übrig, Formeln zur Ermittelung der Scherspannungen bei dem doppelt armierten Eisenbetonbalken aufzustellen und zwar können wir dabei ausgehen von der an Hand der Fig. 51 aufgestellten Beziehung

$$t = \frac{v}{x_o}(\sigma_b'' - \sigma_b') \,.\, b \,.\, \triangle v,$$

welche unter Beachtung der für σ_b in den Gleichungen 57÷57c gefundenen Ausdrücke umzuwandeln ist. Greift man z. B. Formel 57a heraus, so folgt:

$$t = \frac{v}{x_o} \cdot \frac{(M'' - M') \,.\, x_o \,.\, b \,.\, \triangle v}{\frac{x_o^3 b}{3} + n f_e'(x_o - a')^2 + n \,.\, f_e \,.\, (h' - x_o)^2}$$

$$t = \frac{(M'' - M') \,.\, b \,.\, v \,.\, \triangle v}{\frac{x_o^3 b}{3} + n f_e'(x_o - a')^2 + n f_e \,.\, (h' - x_o)^2}$$

In der Entfernung x_o—a' von der Nullinie wirkt nun die Druckkraft

$$D_e' = f_e' \,.\, \sigma_e' = f_e' \sigma_b \,.\, n \frac{x_o - a'}{x_o}$$

und die daraus resultierende Schubkraft ergibt sich zu

$$t_e' = f_e' \,.\, n \cdot \frac{x_o - a'}{x_o}(\sigma_b'' - \sigma_b')$$

$$t_e' = f_e' \,.\, n \,.\, (x_o - a') \cdot \frac{M'' - M'}{\frac{x_o^3 b}{3} + n f_e'(x_o - a')^2 + n f_e \,.\, (h' - x_o)^2}$$

Die gesamte Scherkraft im Horizontalschnitt CD folgt dann zu

$$T_{CD} = \Sigma_w^{x_o} t + t_e'$$

$$T_{CD} = \frac{M'' - M'}{\frac{x_o^3 b}{3} + n \,.\, f_e'(x_o - a')^2 + n \,.\, f_e(h' - x_o)^2} \cdot [\Sigma_w^{x_o} b \,.\, v \,.\, \triangle v + f_e' \,.\, n \,.\, (x_o - a')].$$

Der Klammerausdruck ist aufzufassen als das statische Moment S der oberhalb CD liegenden Querschnittsfläche in bezug auf die Nullinie N—N, wobei der Eisenquerschnitt f_e durch Multiplikation mit n in einen statisch gleichwertigen Betonquerschnitt umgewandelt wird. Es ist also

$$\left[\Sigma_w^{x_o} b \cdot v \cdot \triangle v + f_e' n (x_o - a')\right] = S = \frac{b(x_o^2 - w^2)}{2} + f_e' n (x_o - a')$$

$$T_{CD} = \frac{M'' - M'}{\frac{x_o^3 b}{2} + n f_e'(x_o - a')^2 + n f_e (h' - x_o)^2} \cdot \left[\frac{b(x_o^2 - w^2)}{2} + f_e' \cdot n \cdot (x_o - a')\right]$$

Für Horizontalschnitte oberhalb der Entfernung $x_o - a'$ von der Nullinie kommt natürlich das statische Moment der Fläche $n \cdot f_e'$ nicht in Betracht, so dass sich für diesen Fall der Klammerausdruck auf den ersten Summanden $\frac{b(x_o^2 - w^2)}{2}$ reduziert. Dieser Fall kommt aber für die Fertigkeitsuntersuchungen nicht in Frage wegen der Geringfügigkeit der sich ergebenden Scherkräfte. Für $w = x_o - a'$ erhält man

$$T_{x_o - a'} = \frac{M'' - M'}{\frac{x_o^3 b}{3} + n \cdot f_e'(x_o - a')^2 + n f_e (h' - x_o)^2} \cdot \left[\frac{b(2 x_o a' - a'^2)}{2} + f_e' \cdot n (x_o - a')\right]$$

In der Nullinie N—N, also für $w = o$ ergibt sich der Maximalwert

$$T_N = \frac{M'' - M'}{\frac{x_o^3 b}{3} + n \cdot f_e'(x_o - a')^2 + n f_e (h' - x_o)^2} \cdot \left[\frac{b x_o^2}{2} + n f_e'(x_o - a')\right]$$

Da nun $M'' - M' = V \cdot \triangle L$, so resultiert

$$65) \ldots \tau'_{CD} = \frac{T_{CD}}{b \cdot \triangle L} = \frac{V}{\left[\frac{x_o^3 b}{3} + n f_e'(x_o - a')^2 + n f_e (h' - x_o)^2\right] \cdot b} \cdot \left[\frac{b(x_o^2 - w^2)}{2} + f_e' n (x_o - a')\right]$$

$$66) \ldots \tau'_{x_o - a'} = \frac{V}{\left[\frac{x_o^3 b}{3} + n \cdot f_e'(x_o - a')^2 + n f_e (h' - x_o)^2\right] b} \cdot \left[\frac{b(2 x_o a' - a'^2)}{2} + f_e' n (x_o - a')\right]$$

$$67) \ldots\ldots \tau_N' = \frac{V}{\left[\frac{x_o^3 b}{3} + n f_e'(x_o - a')^2 + n f_e (h' - x_o)^2\right] b} \cdot \left[\frac{b x_o^2}{2} + f_e' n (x_o - a')\right]$$

Den Maximalwert erreicht die Scherkraft über den Auflagern. Es ist dann

$$68) \ldots\ldots \tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{\left[\frac{x_o^3 b}{3} + n f_e'(x_o - a')^2 + f_e (h' - x_o)^2\right] b} \cdot \left[\frac{b x_o^2}{2} + f_e' \cdot n \cdot (x_o - a')\right]$$

Aus Gleichung 57a ergibt sich

$$\frac{x_0^3 b}{3} + nf_e'(x_0 - a')^2 + nf_e(h' - x_0)^2 = \frac{M \cdot x_0}{\sigma_b},$$

so dass Gleichung 68 umgewandelt werden kann in

69) . . . . . $$\tau'_{b\,max} = \frac{V_{max} \cdot \sigma_b}{M \cdot x_0 \cdot b} \cdot \left[\frac{bx_0^2}{2} + f_e' \cdot n \cdot (x_0 - a')\right]$$

Nach Gleichung 2 ist

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_0}{x_0},$$

also

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x_0}{n(h' - x_0)}$$

Ferner muss bekanntlich

$$\frac{bx_0^2}{2} + f_e' \cdot n(x_0 - a') = f_e n(h' - x_0)$$

sein, so dass Gleichung 69 schliesslich übergeht in

70) . . . . $$\tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{M} \cdot \frac{\sigma_e}{b} \cdot f_e$$

Die Gleichungen 66 und 67 eignen sich auch zur Berechnung der Haftspannungen. Es folgt:

71) $$\tau'_{he} = \frac{V}{\left[\frac{x_0^3 b}{3} + nf_e'(x_0 - a')^2 + nf_e(h' - x_0)^2\right] \cdot U} \cdot \left[\frac{b(2x_0 a' - a'^2)}{2} + f_e' n(x_0 - a')\right]$$

72) $$\tau_{hN} = \frac{V}{\left[\frac{x_0^3 b}{3} + n \cdot f_e'(x_0 - a')^2 + nf_e(h' - x_0)^2\right] \cdot U} \cdot \left[\frac{b \cdot x_0^2}{2} + f_e' \cdot n(x_0 - a')\right]$$

Nach Umwandlung der Gleichung 72 entsprechend der Gleichung 69 ergibt sich schliesslich

73) . . . . $$\tau_{h\,max} = \frac{V_{max}}{M} \cdot \frac{\sigma_e}{U} \cdot f_e$$

Letztere Formel deckt sich vollkommen mit der für den einfach armierten Balken abgeleiteten Beziehung 45, so dass also auch die auf Gleichung 45 basierenden Formeln 46 bis 53 für den doppelt armierten Balken gelten.

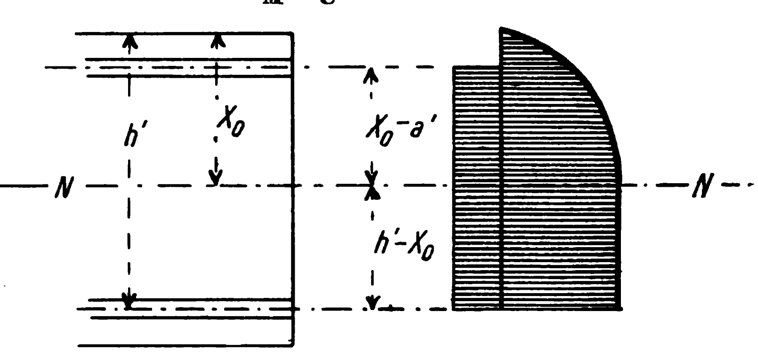


Fig. 68.

Fig. 68 zeigt das Diagramm der horizontalen Scherkräfte.

Berechnungsbeispiele.

1. Eine Decke von 5 m Lichtweite sei belastet durch eine Nutzlast von 1000 kg pro qm und soll als doppelt armierte, beiderseits frei gelagerte Eisenbetonkonstruktion berechnet werden. Die maximale Betonbeanspruchung betrage $\sigma_b = 40$ kg/qcm, die Eisenbeanspruchung in der Zugarmierung $\sigma_e = 600$ kg/qcm. Die Druckarmierung soll 30 v. H. aller Druckkräfte aufnehmen.

Für $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{600}{40}$ ist nach den früheren Tabellen $c = \frac{1}{2}$.

Wenn die Druckarmierung 30 v. H. aller Druckkräfte aufnehmen soll, so verbleiben für den Beton 70 v. H.

Es gilt also die Beziehung: $D_b : D_e' = 7 : 3$

$$D_e' = \frac{3}{7} \cdot D_b.$$

Nach den früher gegebenen Ableitungen ist ferner

$$D_b = \frac{x_o b}{2} \cdot \sigma_b = \frac{c h' b}{2} \cdot \sigma_b$$

$$D_e' = f_e' \,.\, \sigma_e' = \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, n \,.\, \sigma_b \cdot \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c}$$

$$D_e' + D_e'' = \lambda \,.\, b \,.\, h' \,.\, \sigma_b \cdot \frac{10 \,.\, c - 1}{10 \,.\, c} \cdot \frac{27}{30 - 10 \,.\, c} = D_e' \cdot \frac{27}{30 - 10 \,.\, c}.$$

Im vorliegenden Falle ist also:

$$D_e' + D_e'' = \frac{3}{7} \cdot D_b \cdot \frac{27}{30 - 10 \,.\, c} = \frac{3}{7} \cdot \frac{27}{30 - 10 \cdot \frac{1}{2}} \cdot D_b = \frac{3}{7} \cdot \frac{27}{25} \cdot D_b$$

$$D_e' + D_e'' = \frac{81}{175} \cdot D_b$$

$$D_b : (D_e' + D_e'') = \sigma_b : \sigma_{bu} = D_b : \frac{81}{175} \cdot D_b = 1 : \frac{81}{175}$$

$$\frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = \xi = \frac{81}{175} = 0{,}463.$$

Nach der Tabelle auf Seite 35 ist für $c = \frac{1}{2}$ und $\mu = 8$

$$\frac{6}{\mu} \cdot K = \frac{6}{8} \cdot K = 0{,}01623,$$

so dass Gleichung 64 nach Einsetzung aller Zahlenwerte ergibt:

$$h' = 5 \cdot \left[\frac{13{,}2}{1{,}463} \cdot 0{,}01623 \,.\, 5 + \sqrt{\left(\frac{13{,}2}{1{,}463} \cdot 0{,}01623 \,.\, 5 \right)^2 + \frac{1000}{1{,}463} \cdot 0{,}01623} \right] = \sim 20{,}7 \text{ cm}.$$

Nach der Tabelle auf Seite 71 ist für $c = \frac{1}{2}$

$H = 0{,}01667, \qquad O = 0{,}01543, \qquad R = 0{,}01929.$

Demnach gemäss Gleichung 61 und 62

$$\beta = H + O \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = 0{,}01667 + 0{,}01543 \, . \, 0{,}463 = 0{,}02381,$$

$$f_e = \beta \, . \, b \, . \, h' = 0{,}02381 \, . \, 100 \, . \, 20{,}7 = 49{,}3 \text{ qcm},$$

$$\lambda = R \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = 0{,}01929 \, . \, 0{,}463 = 0{,}00893,$$

$$f_e' = \lambda \, . \, b \, . \, h' = 0{,}00893 \, . \, 100 \, . \, 20{,}7 = 18{,}5 \text{ qcm}.$$

Bei dem grossen Zugarmierungsquerschnitt f_e würde die Grösse a, wenn zu $\frac{h'}{10}$ angenommen, etwas zu klein ausfallen. Es könnten 16 Rundeisen von 2 cm Durchmesser zur Verwendung gelangen, so dass sich f_e zu $16 \, . \, 3{,}14 = \sim 50$ qcm ergibt. Nach Gleichung 51 ergibt sich für $\sigma_e = 600$ ein maximaler Rundeisendurchmesser grösser als 4 cm. Indem wir nun den Rundeisendurchmesser nur zu 2 cm angenommen haben, ergibt sich am Rundeisenumfang auch eine Scherbeanspruchung, die angenähert nur die Hälfte des zulässigen Wertes erreicht. Aus diesem Grunde ist es nicht nötig die Regel $a = 1{,}6 \, . \, d$ einzuhalten, sondern es kann a kleiner angenommen werden. Es wird zunächst $a = 2{,}5$ cm berücksichtigt und die Zulässigkeit dieses Wertes später nachgeprüft werden. Die Druckarmierung soll durch 9 Rundeisen von 1,6 cm Durchmesser gebildet werden, so dass $f_e' = 9 \, . \, 2{,}01 = \sim 18$ qcm resultiert. Der Randabstand a′ wird zu 2 cm angenommen und genügt offenkundig, da die Scherkraft am Umfang der Rundeisen in der Druckzone nur gering sein wird.

Wegen des mit a vergrösserten Eigengewichts soll h′ nach oben abgerundet zu 21 cm angenommen werden. Als Stützweite kommt nach den amtlichen Vorschriften die Länge $L = L_1 + \frac{h}{100} = 5 + \frac{21 + 2{,}5}{100} = 5{,}235$ m in Frage.

Es ist

$$M = (0{,}235 \, . \, 2400 + 1000) \cdot \frac{5{,}235^2}{8} \cdot 100 = 535770 \text{ cm/kg}$$

$$x_0 = \frac{n}{b}(f_e' + f_e)\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2b(f_e \, . \, h' + f_e' \, . \, a')}{n \, . \, (f'_e + f_e)^2}}\right]$$

$$x_0 = \frac{15}{100}(18 + 50)\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \, . \, 100 \, . \, (50 \, . \, 21 + 18 \, . \, 2)}{15(18 + 50)^2}}\right] = 10{,}5 \text{ cm}.$$

Nach Gleichung 57a ergibt sich

$$\sigma_b = \frac{535770 \, . \, 10{,}5}{\frac{10{,}5^3 \, . \, 100}{3} + 15 \, . \, 18 \, (10{,}5 - 2)^2 + 15 \, . \, 50 \, . \, (21 - 10{,}5)^2} = \sim 40 \text{ kg/qcm}$$



$$\sigma_e = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_o}{x_o} = 40 \cdot 15 \cdot \frac{21 - 10,5}{10,5} = 600 \text{ kg/qcm}$$

$$V_{max} = (0,235 \cdot 2400 + 1000) \frac{5,235}{2} = \sim 4100 \text{ kg.}$$

Vertikale Scherspannung:

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b \cdot h + n(f_e + f_e')} = \frac{4100}{23,5 \cdot 100 + 15(50 + 18)} = 1,22 \text{ kg/qcm.}$$

Horizontale Scherspannung nach Gleichung 70

$$\tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{M} \cdot \frac{\sigma_e}{b} \cdot f_e = \frac{4100}{535\,770} \cdot \frac{600}{100} \cdot 50 = 2,3 \text{ kg/qcm.}$$

Die Haftspannung am Umfange der Zugeisen folgt bei $U = 16 \cdot 2 \cdot 3,14 = \sim 100$ cm nach Gl. 73 zu genau derselben Grösse wie $\tau'_{b\,max}$. Für das Durchscheren eines Rundeisens mit dem anhaftenden Betonprisma A (siehe Fig. 61) kommt eine Fläche mit einer abgewickelten Breite von $2a + \frac{\pi d}{2} = 2 \cdot 2,5 + \frac{\pi \cdot 2}{2} = 8,14$ cm in Betracht. Da der Rundeisenumfang $\pi d = 3,14 \cdot 2 = 6,28$ cm beträgt, so resultiert hinsichtlich des Aufreissens nach dem Betonrande zu die Scherspannung in der Grösse $2,3 \cdot \frac{6,28}{8,14} = \sim 1,8$ kg pro qcm. Das zu 2,5 cm angenommene Mass a kann demnach unverändert beibehalten werden.

2. Für die in Beispiel 1 durchgerechnete Decke werde bei $\sigma_e = 900$ kg/qcm und $\sigma_b = 40$ kg/qcm die Bedingung gestellt, dass der Eisenquerschnitt in der Zugzone gleich dem in der Druckzone sei.

Für $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{900}{40}$ ist $c = \frac{2}{5}$.

Wenn $f_e = f_e'$ sein soll, so muss $\beta = \lambda$ sein.

$$H + O \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = R \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}.$$

Aus Tabelle auf Seite 71 ergibt sich also

$$0,00889 + 0,00856 \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = 0,01712 \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$$

$$0,00889 = 0,00856 \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$$

$$\frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = \xi = \frac{0,00889}{0,00856} = 1,04.$$

Nach der Tabelle auf Seite 35 ist für $c = \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ und $\mu = 8$

$$\frac{6}{\mu} \cdot K = \frac{6}{8} \cdot K = 0{,}0195.$$

Mithin gemäss Gleichung 64:

$$h' = 5\left[\frac{13{,}2}{1 + 1{,}04} \cdot 0{,}0195 \,.\, 5 + \sqrt{\left(\frac{13{,}2}{1 + 1{,}04} \cdot 0{,}0195 \,.\, 5\right)^2 + \frac{1000}{1 + 1{,}04} \cdot 0{,}0195}\right]$$

$$h' = \sim 19 \text{ cm}$$

$$\lambda = \beta = 0{,}01712 \,.\, \xi = 0{,}01712 \,.\, 1{,}04 = 0{,}0178$$

$$f_e' = f_e = 0{,}0178 \,.\, 100 \,.\, 19 = 33{,}8 \text{ qcm.}$$

Verwendet man je 15 Rundeisen von 1,7 cm Durchmesser so beträgt der Querschnitt rund 34 qcm. Die Randabstände a und a′ sollen etwas grösser als $\frac{h'}{10}$ angenommen werden und zwar je 2,5 cm. Es ist dann $L = 5 + \frac{21{,}5}{100}$

$$L = 5{,}215 \text{ m}$$

$$M = (0{,}215 \,.\, 2400 + 1000) \cdot \frac{5{,}215^2}{8} \cdot 100 = 501540 \text{ cm/kg}$$

$$x_0 = \frac{n}{b}(f_e' + f_e)\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2b(f_e \,.\, h' + f_e' \,.\, a')}{n \,.\, (f_e' + f_e)^2}}\right]$$

$$x_0 = \frac{15}{100} \cdot 2 \,.\, 34 \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 100(34 \,.\, 19 + 34 \,.\, 2{,}5)}{15 \,.\, (34 + 34)^2}}\right] = \sim 7{,}9 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{501540 \,.\, 7{,}9}{\frac{7{,}9^3 \,.\, 100}{3} + 15 \,.\, 34(7{,}9 - 2{,}5)^2 + 15 \,.\, 34(19 - 7{,}9)^2} = \sim 42 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = 42 \,.\, 15 \cdot \frac{19 - 7{,}9}{7{,}9} = \sim 885 \text{ kg/qcm}$$

$$V_{max} = (0{,}215 \,.\, 2400 + 1000) \cdot \frac{5{,}215}{2} = \sim 3960 \text{ kg}$$

$$\tau_{b\,max} = \frac{3960}{21{,}5 \,.\, 100 + 15 \,.\, 2 \,.\, 34} = 1{,}25 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau'_{b\,max} = \frac{3960}{501540} \cdot \frac{885}{100} \cdot 34 = \sim 2{,}4 \text{ kg/qcm.}$$

Der Umfang der Eiseneinlagen beträgt $15 \,.\, \pi \,.\, 1{,}7 = \sim 80$ cm, so dass die Spannung am Umfang der Eiseneinlagen in der Zugzone die Grösse

$$\tau_{h\,max} = \tau'_{b\,max} \cdot \frac{b}{U} = 2{,}4 \cdot \frac{100}{80} = 3 \text{ kg/qcm}$$

ergibt. Die Beanspruchung in bezug auf Durchscheren und Aufreissen nach dem Betonrande zu ergibt sich zu

$$\tau_{h\,max} \cdot \frac{\pi \,.\, d}{\frac{\pi d}{2} + 2 \,.\, a} = 3{,}0 \frac{5{,}34}{2{,}67 + 2 \,.\, 2{,}5} = \sim 2{,}1 \text{ kg/qcm.}$$

3. Eine beiderseits eingespannte Decke von 6 m freier Spannweite sei durch eine Nutzlast von 1000 kg pro qm in Anspruch genommen. Die Deckenstärke soll 25 cm nicht überschreiten. Die Möglichkeit stossweiser Belastung soll durch nicht zu hohe zulässige Inanspruchnahme der Materialien berücksichtigt werden. Es soll daher der Beton nur bis 30, das Eisen nur bis 800 kg/qcm beansprucht werden. Die Einspannung werde derart berücksichtigt, dass das Einspannmoment gleich dem Moment in der Deckenmitte sei.

Es ist

$$c = \frac{n}{\frac{\sigma_e}{\sigma_b} + n} = \frac{15}{\frac{800}{30} + 15} = \frac{9}{25}$$

$$M = (0{,}25 \,.\, 2400 + 1000) \cdot \frac{6^2}{16} \cdot 100 = 360000 \text{ cm/kg.}$$

Nimmt man $a = 2{,}5$ cm an, so resultiert bei $h = 25$

$$h' = h - a = 25 - 2{,}5 = 22{,}5 \text{ cm.}$$

Nunmehr kann Gleichung 11 zur Berechnung der gedachten Betonbeanspruchung σ_B benutzt werden, und zwar folgt:

$$\sigma_B = \frac{6M}{h'^2 \,.\, c \,.\, b(3-c)} = \frac{6 \,.\, 360000}{22{,}5^2 \cdot \frac{9}{25} \cdot 100 \cdot \frac{66}{25}} = \sim 45 \text{ kg/qcm.}$$

Da die tatsächliche Betonbeanspruchung σ_b 30 kg/qcm nicht überschreiten soll, so beträgt demnach die gedachte Überanspruchung

$$\sigma_{bu} = \sigma_B - \sigma_b = 45 - 30 = 15 \text{ kg/qcm}$$

$$\frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = \xi = \frac{15}{30} = 0{,}5.$$

Nach der Tabelle auf Seite 71 ist für $c = \frac{9}{25}$

$$H = 0{,}00675, \quad O = 0{,}00660, \quad R = 0{,}01625$$

Mithin

$$\beta = H + O \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = 0{,}00675 + 0{,}00660 \,.\, 0{,}5$$

$$\beta = 0{,}01005$$
$$f_e = \beta \,.\, b \,.\, h' = 0{,}01005 \,.\, 100\; 22{,}5 = 22{,}6 \text{ qcm}$$
$$\lambda = R \cdot \frac{\sigma_{bn}}{\sigma_b} = 0{,}01625 \,.\, 0{,}5 = 0{,}008125$$
$$f'_e = \lambda \,.\, b \,.\, h' = 0{,}00813 \,.\, 100 \,.\, 22{,}5 = 18{,}3 \text{ qcm.}$$

Wählt man für die Zugzone 10 Rundeisen von 1,7 cm Durchmesser und für die Druckzone 9 Rundeisen von 1,6 cm Durchmesser, so ist $f_e = 10 \cdot \frac{1{,}7^2 \,.\, \pi}{4} = 22{,}7$ qcm und $f'_e = 9 \cdot \frac{1{,}6^2 \,.\, \pi}{4} = 18{,}1$ qcm. Mit diesen Querschnitten ergibt sich nun:

$$x_o = \frac{15}{100}(18{,}1 + 22{,}7)\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 100(22{,}7 \,.\, 22{,}5 + 18{,}1 \,.\, 2{,}5)}{15 \,.\, (18{,}1 + 22{,}7)^2}}\right]$$
$$x_o = 8{,}2 \text{ cm}$$
$$\sigma_b = \frac{360000 \,.\, 8{,}2}{\frac{8{,}2^3 \,.\, 100}{3} + 15 \,.\, 18{,}1(8{,}2-2{,}5)^2 + 15 \,.\, 22{,}7(22{,}5-8{,}2)^2} = 30{,}5 \text{ kg/qcm}$$
$$\sigma_e = 30{,}5 \,.\, 15 \cdot \frac{22{,}5-8{,}2}{8{,}2} = \sim 800 \text{ kg/qcm}$$
$$\sigma'_e = 30{,}5 \,.\, 15 \cdot \frac{8{,}2-2{,}5}{8{,}2} = 330 \text{ kg/qcm}$$
$$V_{max} = (0{,}25 \,.\, 2400 + 1000)\frac{6}{2} = 4800 \text{ kg}$$
$$\tau_{b\,max} = \frac{4800}{25 \,.\, 100 + 15(22{,}7 + 18{,}1)} = 1{,}54 \text{ kg/qcm}$$

Horizontalscherspannung nach Gleichung 70:

$$\tau'_{b\,max} = \frac{4800}{360000} \cdot \frac{800}{100} \cdot 22{,}7 = 2{,}42 \text{ kg/qcm}$$

Haftspannung nach Gleichung 73:

$$\tau_{h\,max} = \frac{4800}{360000} \cdot \frac{800}{10 \,.\, 1{,}7 \,.\, \pi} \cdot 22{,}7 = 4{,}53 \text{ kg/qcm}$$

Die Beanspruchung in bezug auf Durchreissen nach dem Betonrande zu ergibt sich zu:

$$\tau_{h\,max} \cdot \frac{\pi \,.\, d}{\frac{\pi d}{2} + 2 \,.\, a} = 4{,}53 \cdot \frac{5{,}34}{2{,}67 + 5} = 3{,}15 \text{ kg/qcm}$$

3. Die mit Rippen verstärkten Eisenbetondecken.

Aus den bisher berechneten Beispielen zeigte sich, dass das Betonmaterial unterhalb der Nullinie nur durch die Scherkraft, und zwar im allgemeinen niedrig beansprucht wird. Durch Anordnung von Eisenbügeln entsprechend den Fig. 24 und 26, oder durch Anordnung der Eiseneinlagen nach Fig. 25 würde die Scherbeanspruchung im Beton noch wesentlich vermindert werden können. Dieser Umstand weist darauf hin, an Material in der Zugzone zu sparen, indem man gewissermassen Aussparungen in der Zugzone vorsieht und so zu den bereits in den Figuren 27 bis 29 dargestellten Deckenformen gelangt. Die Breite b_1 der bestehenbleibenden Rippen muss natürlich so bemessen sein, dass die Scherspannung — ev. durch Anordnung von Bügeln — die zulässige Grenze nicht überschreitet und dass die Eiseneinlagen ohne Ausführungsschwierigkeiten untergebracht werden können. Hinsichtlich der Berechnung sind nun drei Fälle zu unterscheiden, welche durch die Lage der Nullinie bedingt werden und zwar:

1. Die Nullinie geht noch durch die horizontale Platte (I—I, Fig. 69).
2. Die Nullinie geht gerade durch die untere Plattenkante (II—II, Fig. 69a).
3. Die Nullinie geht durch den vertikalen Steg (Rippe) (III—III, Fig. 69b).

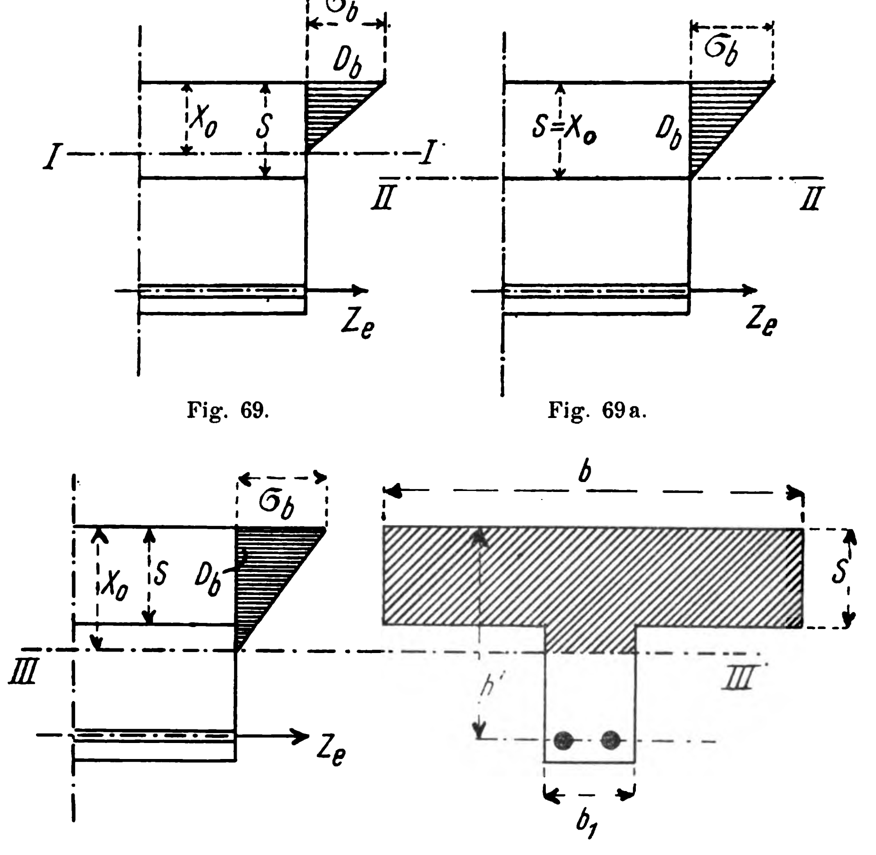


Fig. 69. Fig. 69a.

Fig. 69b.

Es ist ohne weiteres einleuchtend, dass, solange die Nullinie nicht durch den vertikalen Steg geht, der Gang der Berechnung genau derselbe bleibt, wie bei den glatten Decken. Für die unter 1 und 2 genannten Fälle bleiben also alle früher für die glatten Decken aufgestellten Beziehungen unverändert bestehen, mit Ausnahme derjenigen Gleichungen, in denen das Eigengewicht der Decke als eine einfache Funktion der Dimension h′ eingeführt war, und ferner mit Ausnahme der Scherkraftsformeln, soweit für die Scherfläche nicht mehr die Breite b, sondern b_1 in Frage kommt.

Das Eigengewicht als Funktion von h′ ist in den Gleichungen 27 und 64 enthalten, so dass also diese in den gegebenen Formen für die Rippendeckenberechnung nicht angewendet werden können. Die Anwendung ähnlicher Gleichungen für Rippendeckung wird später erörtert werden.

Geht die Nullinie durch den Steg, so erleidet ein Teil des letzteren noch Druckspannungen (Fig. 69 b). Es ist ersichtlich, dass die auf einen Teil des Steges entfallenden Druckspannungen von wesentlichem Einfluss nicht sein können; denn einesteils wird die Grösse derselben wegen der Nähe der Nullinie nur gering sein, andernteils ist im allgemeinen auch die Breite b_1 nicht gross, so dass also die Summe der im Steg wirkenden Druckkräfte immer nur unbedeutend bleiben wird.

Die amtliche Vorschrift besagt nun, dass die gesamten Druckkräfte auf den Querschnitt der horizontalen Platte konzentriert gedacht werden sollen, so dass für den Steg keine Druckspannungen mehr verbleiben. Durch diese Vorschrift werden die rechnerischen Betonspannungen in der horizontalen Platte (siehe Fig. 70) gegenüber den in Fig. 69 b dargestellten Beanspruchungen um ein Geringes erhöht; die Sicherheit wird also vergrössert und der Rechnungsgang sehr erleichtert. Bezeichnet man die Stärke der horizontalen Platte mit s und die am unteren Plattenrande auftretende Betonspannung mit σ_{bs}, so lassen sich folgende Beziehungen aufstellen:

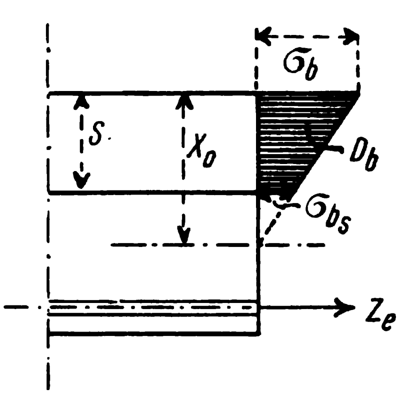


Fig. 70.

$$\sigma_{bs} = \sigma_b \cdot \frac{x_0 - s}{x_0}$$

$$D_b = \frac{\sigma_b + \sigma_{bs}}{2} \cdot s \cdot b$$

$$D_b = \frac{\sigma_b + \sigma_{bs}}{2} \cdot s \cdot b = Z_e = f_e \cdot \sigma_e.$$

Setzt man hierin den für σ_{bs} oben aufgestellten Ausdruck ein und berücksichtigt ferner, dass bekanntlich

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_0}{x_0}$$

ist, so ergibt sich

$$\frac{\sigma_b + \sigma_b \cdot \frac{x_0 - s}{x_0}}{2} \cdot s \cdot b = f_e \cdot \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_0}{x_0}$$

$$\frac{x_0 + x_0 - s}{2x_0} \cdot s \cdot b = f_e \cdot n \cdot \frac{h' - x_0}{x_0}$$

$$(2x_0 - s) \cdot \frac{s \cdot b}{2} = f_e \cdot n \cdot (h' - x_0)$$

$$x_0 \cdot s \cdot b - \frac{s^2 b}{2} = f_e n h' - f_e \cdot n \cdot x_0$$

74) . . . . $$x_0 = \frac{f_e \cdot n \cdot h' + \frac{s^2 b}{2}}{s \cdot b + n \cdot f_e}.$$

Zu genau demselben Resultate würde man gelangt sein, wenn man den früher gewonnenen Satz benutzt hätte, nach welchem die Nullinie zusammenfallen muss mit der Schwerlinie des als tragend betrachteten Querschnittes, wobei die Eisenquerschnitte mit dem n-fachen Werte einzusetzen sind. Stellt man hiernach die Gleichung der statischen Momente der Flächen in bezug auf die obere Kante der horizontalen Platte auf, so muss die Beziehung gelten:

$$x_0(s \cdot b + n \cdot f_e) = s \cdot b \cdot \frac{s}{2} + n f_e \cdot h'.$$

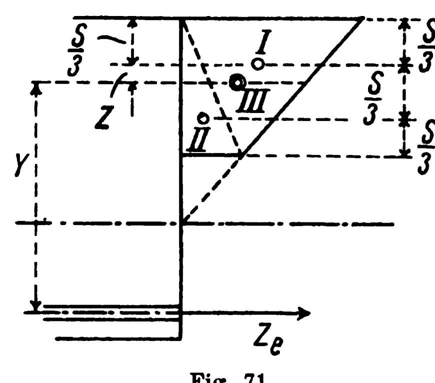


Fig. 71.

Hieraus ergibt sich x_0 genau entsprechend der Gleichung 74.

Der Betondruckmittelpunkt liegt im Schwerpunkt des Spannungstrapezes. Denkt man sich das Trapez durch eine Diagonale in zwei Dreiecke geteilt, so liegen die Schwerpunkte I und II dieser beiden Dreiecke in den Abständen $\frac{s}{3}$ von den Dreiecksgrundlinien. Die in I angreifende Kraft, hat die Grösse $\sigma_b \cdot \frac{s \cdot b}{2}$ und in II wirkt die Kraft $\sigma_{bs} \cdot \frac{s \cdot b}{2}$ (Fig. 71).

Stellt man die Gleichgewichtsbedingung in bezug auf den Punkt I als Drehpunkt auf, so ergibt sich die Lage des Gesamtschwerpunktes III, d. i. also des Betondruckmittelpunktes, aus

$$\sigma_{bs} \cdot \frac{s \cdot b}{2} \cdot \frac{s}{3} = \left(\sigma_b \frac{s \cdot b}{2} + \sigma_{bs} \cdot \frac{s \cdot b}{2}\right) \cdot z$$

$$\sigma_{bs} \cdot \frac{s}{3} = (\sigma_b + \sigma_{bs}) \cdot z$$

$$z = \frac{\sigma_{bs}}{\sigma_b + \sigma_{bs}} \cdot \frac{s}{3}.$$

Führt man den für σ_{bs} oben aufgestellten Ausdruck ein, so resultiert:

$$z = \frac{\sigma_b \cdot \frac{x_0 - s}{x_0}}{\sigma_b + \sigma_b \cdot \frac{x_0 - s}{x_0}} \cdot \frac{s}{3} = \frac{x_0 - s}{2x_0 - s} \cdot \frac{s}{3}.$$

Die Entfernung des Betondruckmittelpunktes von der oberen Kante der Horizontalplatte ist sodann:

$$\frac{s}{3} + z = \frac{s}{3} + \frac{x_0 - s}{2x_0 - s} \cdot \frac{s}{3} = \frac{s}{3}\left(1 + \frac{x_0 - s}{2x_0 - s}\right)$$

75) . . . . $$\frac{s}{3} + z = \frac{s}{3} \cdot \frac{3 . x_0 - 2 . s}{2x_0 - s} = h' - y.$$

76) . . . . $$y = h' - \frac{s}{3} \cdot \frac{3 . x_0 - 2 . s}{2x_0 - s}.$$

Nimmt man den Momentendrehpunkt im Betondruckmittelpunkt an, so gilt nunmehr:

$$M = Z_e . y = f_e . \sigma_e . y.$$

77) . . . . $$\sigma_e = \frac{M}{f_e . y} = \frac{M}{f_e . \left(h' - \frac{s}{3} \cdot \frac{3 . x_0 - 2 . s}{2 . x_0 - s}\right)}.$$

Zur Berechnung der maximalen Betonspannung wird alsdann zweckmässig Gleichung 2 benutzt, nach der sich ergibt

78) . . . . $$\sigma_b = \sigma_e \cdot \frac{x_0}{n(h' - x_0)}.$$

Die vorstehenden Formeln setzen wiederum den Querschnitt der Rippendecke als vollkommen gegeben voraus, während doch gerade die rechnerische Bestimmung der Querschnittsgrössen das eigentliche Endziel der statischen Berechnung ist. Für die Rippendecken ist es nun weit schwieriger als für die glatten Decken, Formeln für die direkte Querschnittsbestimmung abzuleiten, weil das Eigengewicht nicht allein eine Funktion von h', sondern eine Funktion von h', s und b_1 ist.

Die Aufgabe, Form und Stärken einer Rippendecke bei gegebener Spannweite und Belastung auf direktem Wege zu ermitteln, wird aber schon leichter lösbar, wenn die Plattenstärke s als Funktion von h' angenommen wird und wenn ferner das Gewicht der Rippen entweder in eine erfahrungsgemässe Beziehung zu dem Gewicht der Horizontalplatte gebracht wird, oder wenn dasselbe auf Grund bestimmter Massangaben ermittelt werden kann.

Eine wesentliche Erleichterung für die Aufstellung von Dimensionierungsformeln bietet nun die Annahme, dass die Nullinie durch die Plattenunterkante

μ	γ	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=70$ $c=\frac{3}{17}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=60$ $c=\frac{1}{5}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=55$ $c=\frac{3}{14}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=50$ $c=\frac{3}{13}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=45$ $c=\frac{1}{4}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=40$ $c=\frac{3}{11}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=35$ $c=\frac{3}{10}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=30$ $c=\frac{1}{3}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=27,5$ $c=\frac{6}{17}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=25$ $c=\frac{3}{8}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b}=23.75$ $c=\frac{12}{31}$
8	1,5	36,2150	31,2624	28,8167	26,3644	23,8860	21,4184	18,9324	16,4280	15,1708	13,9050	13.9773
	1,6	38,6293	33,3466	30,7378	28,1220	25,4784	22,8463	20,1946	17,5232	16,1822	14,8820	14,9091
	1,7	41,0436	35,4307	32,6589	29,8797	27,0708	24,2742	21,4567	18,6184	17,1936	15,7590	15,8409
	1,8	43 4579	37,5149	34,5801	31,6373	28,6632	25,7020	22,7189	19,7136	18,2050	16,6860	16.7728
	1,9	45,8723	39,5990	36,5012	33,3949	30,2556	27,1299	23,9810	20,8088	19,2163	17,6130	17,7046
	2,0	48,2866	41,6832	38,4223	35,1526	31,8480	28,5578	25,2432	21,9040	20,2277	18,5400	18.6361
10	1,5	28,9813	25,0092	23,0541	21,0932	19,1070	17,1327	15,1416	13,1460	12,1341	11,1240	11,1763
	1,6	30,9135	26,6765	24,5911	22,4994	20,3808	18,2749	16,1510	14,0224	12,9430	11,8656	11,9213
	1,7	32,8456	28,3438	26,1280	23,9056	21,6546	19,4171	17,1605	14,8988	13,7520	12,6072	12,6664
	1,8	34,7777	30,0110	27,6650	25,3118	22,9284	20,5593	18,1699	15,7752	14,5610	13,3488	13,4115
	1,9	36,7098	31,6783	29,2019	26,7180	24,2022	21,7015	19,1794	16,6516	15,3699	14,0904	14,1566
	2,0	38,6419	33,3456	30,7389	28,1243	25,4760	22,8436	20,1888	17,5280	16,1788	14,8320	14,9017
12	1,5	24,1444	20,8440	19.2124	17,5791	15,9255	14,2805	12,6198	10,9560	10,1139	9,2745	9,3159
	1,6	25,7540	22,2336	20,4933	18,7510	16,9872	15,2326	13,4611	11,6864	10,7882	9,8928	9,9370
	1,7	27,3636	23,6232	21,7741	19,9230	18,0489	16,1846	14,3024	12,4168	11,4624	10,5111	10,5580
	1,8	28,9782	25,0128	23,0549	21,0949	19,1106	17,1367	15,1438	13,1472	12,1367	11,1294	11,1791
	1,9	30,5828	26,4024	24,3357	22,2669	20,1723	18,0887	15,9851	13,8776	12,8109	11,7477	11,7901
	2,0	32,1925	27,7920	25,6166	23,4388	21,2340	19,0407	16,8264	14,6080	13,4852	12,3660	12,4112
14	1,5	20,6947	17,8632	16,4661	15,0630	13,6485	12,2384	10,8162	9,3900	8,6718	7,9148	8,0334
	1,6	22,0744	19,0541	17,5639	16,0672	14,5584	13,0543	11,5373	10,0160	9,2499	8,4424	8,5690
	1,7	23,4540	20,2450	18,6616	17.0714	15,4683	13,8701	12,2584	10.6420	9,8280	8,9701	9,1045
	1,8	24,8336	21,4358	19,7594	18,0756	16,3782	14,6860	12,9794	11.2780	10,4061	9,4977	9,6101
	1,9	26,2133	22,6267	20,8571	19,0798	17,2881	15,5019	13,7005	11,9040	10,9842	10,0254	10,1756
	2,0	27,5929	23,8176	21,9549	20,0840	18,1980	16,3178	14,4216	12,5300	11,5624	10,5530	10,7112
16	1,5	18,1091	15,6312	14,4103	13,1843	11,9430	10,7116	9,4662	8,2140	7,5854	6,9525	6,9886
	1,6	19,3163	16,6733	15,3710	14,0633	12,7392	11,4257	10,0973	8,7616	8,0911	7,4160	7,4545
	1,7	20,5236	17,7154	16,3317	14,9422	13,5354	12,1398	10,7284	9,3092	8,5968	7,8795	7,9203
	1,8	21,7309	18,7574	17,2923	15,8212	14,3316	12,8540	11,3594	9,8568	9,1025	8,3430	8,3863
	1,9	22,9382	19,7995	18,2530	16,7001	15,1278	13,5681	11,9905	10,4044	9,6082	8,8065	8,8522
	2,0	24,1454	20,4816	19,2137	17,5791	15,9240	14,2822	12,6216	10,9520	10,1134	9,2700	9.3182
24	2,0	12,0706	10,4220	9,6043	8,7895	7,9605	7,1378	6,3126	5,4780	5,0570	4,6373	4,6614
	1,9	12,8753	11,1168	19.2446	9,3735	8,4912	7,6137	6,7334	5,8432	5,3941	4,9464	4,9722
	1,8	13,6800	11,8116	10,8848	9,9615	9,0219	8,0895	7,1543	6,2084	5,7312	5,2556	5,2829
	1,7	14,4847	12,5064	11,5251	10,5474	9,5526	8,5654	7,5751	6,5736	6,0583	5,5647	5,5937
	1,6	15,2894	13,2012	12,1654	11,1334	10,0833	9,0412	7,9960	6,9388	6,4055	5,8739	5,9044
	1,5	16,0941	13,8960	12,8057	11,7194	10 6140	9,5171	8,4168	7,3040	6,7426	6,1830	6,2152

geben soll (Fall Fig. 69a). Selbst wenn dann aus dieser Annahme heraus sich Querschnittsformen ergeben würden, die aus irgend welchen Gründen eine Abänderung erfahren sollten, so kann man doch immerhin in gewissem Sinne die für $x_0 = s$ ermittelte Deckenform als Grundform ansehen. Änderungen dieser Grundform nach der einen oder anderen Hinsicht können dann leicht durchgeführt und rechnerisch verfolgt werden. Solange es sich um normale Fälle handelt, d. h. um nicht zu grosse Spannweiten und Belastungen, wird übrigens auch die Annahme $x_0 = s$ praktisch durchaus brauchbare Ergebnisse liefern.

Wie bereits erwähnt, gelten für $x_0 = s$ noch die früher für die glatten Decken aufgestellten Beziehungen für σ_e, σ_b, h′, f_e etc. mit Ausnahme allerdings der Gleichungen 27 und 64.

Zur Bestimmung des in den angeführten Formeln enthaltenen Momentes führt man zweckmässig die Stützweite als das 1,04-fache der Lichtweite in Rechnung.

$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 22,5$ $c = \frac{6}{15}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 21,25$ $c = \frac{12}{29}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 20$ $c = \frac{3}{7}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 18,75$ $c = \frac{12}{27}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 17,5$ $c = \frac{6}{13}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 16,25$ $c = \frac{12}{25}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 15$ $c = \frac{1}{2}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 13,75$ $c = \frac{12}{23}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 12,5$ $c = \frac{6}{11}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 11,25$ $c = \frac{12}{21}$	$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 10$ $c = \frac{3}{9}$	
14.0400	14,1145	14,2020	14,2880	14,3806	14,4893	14,6070	14,7350	14,8745	15,0274	15,2172	
14,9760	15,0555	15,1488	15,2405	15,3393	15,4552	15,5808	15,7173	15,8662	16,0292	16,2317	
15,9120	15,9964	16,0956	16,1931	16,2980	16,4212	16,5546	16,6996	16,8578	17,0310	17,2462	
16.8480	16,9374	17,0424	17,1456	17,2568	17,3871	17,5284	17,6819	17,8495	18,0328	18,2606	
17,7840	17,8784	17,9892	18,0981	18,2155	18,3531	18,5022	18,6643	18,8411	19,0346	19,2751	
18.7200	18,8193	18,9360	19,0507	19,1742	19,3190	19,4760	19,6466	19,8327	20,0364	20,2896	
11,2320	11,2916	11,3555	11,4320	11,5062	11,5862	11,6820	11,7861	11,8997	12,0240	12,1716	
11,9808	12,0444	12,1125	12,1941	12,2732	12,3587	12,4608	12,5718	12,6930	12,8256	12,9830	
12,7296	17,7971	12,8696	12,9563	13,0403	13,1310	13,2396	13,3576	13,4863	13,6272	13,7945	
13,4784	13,5499	13,6266	13,7184	13,8074	13,9035	14,0184	14,1433	14,2796	14,4288	14,6059	
14.2272	14,3027	14,3836	14,4805	14,5745	14,6759	14,7972	14,9291	15,0729	15,2304	15,4174	
14,9760	15,0555	15,1407	15,2427	15,3416	15,4483	15,5760	15,7148	15,8662	16,0320	16,2288	
9,3600	9,4146	9,4655	9,5280	9,5871	9,6595	9,7380	9,8233	9,9164	10,0183	10,1412	
9,9840	10,0423	10,0965	10,1632	10,2262	10,3035	10,3871	10,4782	10,5775	10,6862	10,8173	
10.6080	10,6699	10,7276	10,7984	10,8654	10,9475	11,0364	11,1330	11,2385	11,3541	11,4934	
11,2320	11,2975	11,3586	11,4336	11,5045	11,5914	11,6856	11,7880	11,8996	12,0219	12,1694	= G
11,8560	11,9252	11,9896	12,0688	12,1436	12,2354	12,3348	12,4429	12,5607	12,6898	12,8455	
12,4800	12,5528	12,6207	12,7040	12,7828	12,8794	12,9840	13,0978	13,2218	13,3577	13,5216	
8,0208	8,0590	8,1155	8,1600	8,2163	8,2771	8,3430	8,4240	8,5025	8,5885	8,6940	
8.5555	8,5963	8,6565	8,7040	8,7641	8,8289	8,8992	8,9856	9,0694	9,1611	8,2736	
9,0902	9,1336	9,1976	9,2480	9,3118	9,3807	9,4554	9,5472	9,6362	9,7336	9,8532	
9,6249	9,6708	9,7386	9,7920	9,2596	9,9326	10,0116	10,1088	10,2031	10,3062	10,4328	
10,1597	10,2181	10,2796	10,3360	10,4073	10,4844	10,5678	10,6704	10,7699	10,8788	11,0124	
10,6944	10,7454	10,8207	10,8800	10,9551	11,0362	11,1240	11,2320	11,3367	11,4513	11,5920	
7,0200	7,0610	7,0971	7,1440	7,1915	7,2490	7,3080	7,3787	7.4422	7,5377	7,6032	
7,4880	7,5317	7,5702	7,6203	7,6741	7,7322	7,7952	7,8706	7,9383	8,0402	8,1101	
7,9560	8,0024	8,0434	8,0965	8,1537	8,2155	8,2824	8,3625	8,4345	8,5427	8,6170	
8,4240	8,4732	8,5165	8,5728	8,6334	8,6987	8,7696	8.8544	8,9306	9,0452	9,1234	
8,8920	8,9439	8,9897	9,0491	9,1130	8,1820	9,2568	9,3463	9,4268	9,5477	9,6307	
9,3600	9,4146	9,4628	9,5254	9,5926	9,6653	9,7440	9,8382	9,9229	10,0503	10,1376	
4,6800	4,7069	4,7366	4,7600	4,7935	4,8299	4,8690	4,9116	4,9582	5,0091	5,0760	
4,9920	5,0207	5,0523	5,0773	5,1131	5,1518	5,1936	5,2391	5,2887	5,3431	5,4144	
5,3040	5,3345	5,3681	5,3947	5,4327	5,4738	5,5182	5,5665	5,6193	5,6770	5,7528	
5,6160	5,6483	5,6839	5,7120	5,7523	5,7958	5,8428	5,8940	5,9498	6,0110	6,0912	
5,9280	5,9621	5,9996	6,0293	6.0718	6,1178	6,1674	6,2214	6,2804	6,3449	6,4296	
6.2400	6,2759	6,3154	6,3467	6,3914	6,4398	6,4920	6,5488	6,6109	6,6788	6,7680	

Die amtliche Vorschrift besagt hierüber, dass „als Stützweite die um eine Auflagerlänge vergrösserte Lichtweite anzunehmen sei“, wobei die Auflagerlänge aus dem Auflagerdruck folgt, welcher pro Flächeneinheit die zulässige Grösse nicht überschreiten soll.

Die Bestimmung des Deckeneigengewichtes kann nun in der Weise erfolgen, dass das Gewicht der Rippen durch Multiplikation des Gewichtes der horizontalen Platte mit einem gewissen Erfahrungswert berücksichtigt wird. Nach praktischen Erfahrungen schwankt dieser Koëffizient im allgemeinen zwischen 1,5 und 2. Er wird die untere Grenze erreichen, wenn es sich um Decken mit grossen Plattenstärken s und niedrigen Stegen oder Rippen handelt, und er wird dem oberen Grenzwert zustreben bei dünnen Platten und hohen Stegen. Bezeichnet man den Koëffizient mit γ, so könnte für erste Annäherungsrechnungen $\gamma = 1,7 \div 1,8$ einführen.

Die Entfernung von Mitte zu Mitte Rippe werde mit B bezeichnet und in m eingeführt, da sie ausschliesslich zur Berechnung der in kg pro qm gegebenen Belastung benutzt wird. Die Breite des tragenden Querschnittes bleibt mit b bezeichnet und wird in cm beibehalten. Wie bereits früher erwähnt, darf die tragende Breite b gleich der Rippenentfernung eingeführt werden, sofern $B \overline{\gtrless} \frac{L_1}{3}$ ist. Ist aber B grösser als ein Drittel der Lichtweite, so darf doch die tragende Breite der horizontalen Platte nur bis zu einer Grösse $\frac{L_1}{3}$ angenommen werden.

Wird das Gewicht pro cbm Eisenbeton, wie früher, zu 2400 kg berücksichtigt, so ergibt sich nach den vorstehenden Ausführungen das Eigengewicht der Decke pro m Rippenlänge zu

$$g = B \cdot \frac{\gamma \cdot s}{100} \cdot 2400 = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, s = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, x_0.$$

Für x_0 kann $c \,.\, h'$ gesetzt werden, demnach:

$$g = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, h'.$$

Unter Berücksichtigung einer Nutzbelastung q pro qm Grundriss ergibt sich die Nutzlast q′ pro m Rippenlänge zu

$$q' = q \,.\, B.$$

Mithin:

$$M = g \cdot \frac{L^2}{\mu} \cdot 100 + q' \cdot \frac{L^2}{\mu} \cdot 100$$

$$M = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, h' \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q \,.\, B \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100.$$

Für μ gilt die früher gegebene Erklärung. Die Gleichung 11 kann nunmehr umgewandelt werden in

$$\sigma_b = \frac{2400 B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, h' \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2 \,.\, 6 + 100 \,.\, q \,.\, B \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2 \,.\, 6}{\mu \,.\, h'^2 c \,.\, b \,.\, (3-c)}$$

$$h'^2 \,.\, \sigma_b \,.\, c \,.\, b(3-c) \,.\, \mu = h' \,.\, 2400 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2 \,.\, 6 + 100 \,.\, q \,.\, B \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2 \,.\, 6$$

$$h'^2 - h' \frac{2400 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2 \,.\, 6}{\sigma_b \,.\, c \,.\, b \,.\, (3-c) \,.\, \mu} - \frac{100 \,.\, q \,.\, B \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2 \,.\, 6}{\sigma_b \,.\, c \,.\, b \,.\, (3-c) \,.\, \mu} = o.$$

Wir setzen wie früher $\frac{1{,}04^2}{\sigma_b \,.\, c \,.\, (3-c)} = K$, so dass nunmehr die Gleichung lautet:

$$h'^2 - h' \,.\, 2400 \cdot \frac{B}{b} \cdot \gamma \,.\, c \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 - 100 \,.\, q \,.\, \frac{B}{b} \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 = o.$$

Führt man zwecks vereinfachter Darstellung der Gleichung die Bezeichnung ein

$$1200 \cdot \gamma \cdot c \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} = G,$$

dann erhält man

$$h'^2 - h' \cdot 2 \cdot G \cdot \frac{B}{b} \cdot L_1^2 - 100 \cdot q \cdot \frac{B}{b} \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2 = o$$

$$h' = G \cdot \frac{B}{b} \cdot L_1^2 \pm \sqrt{\left(G \cdot \frac{B}{b} \cdot L_1^2\right)^2 + 100 \cdot q \cdot \frac{B}{b} \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2}.$$

$$79) \quad \ldots \quad h' = L_1^2 \cdot \left[G \cdot \frac{B}{b} + \sqrt{\left(G \cdot \frac{B}{b}\right)^2 + 100 \cdot q \cdot \frac{B}{b} \cdot K \cdot \frac{6}{\mu} \cdot \frac{1}{L_1^2}}\right].$$

Die Werte $K \cdot \frac{6}{\mu}$ sind, wie aus der Ableitung hervorging, identisch mit den Werten in der Tabelle auf Seite 35. Zur weiteren Vereinfachung der Berechnung sind nun in der Zusammenstellung Seite 86—87 die den Tabellenwerten $K \cdot \frac{6}{\mu}$ entsprechenden Zahlengrössen G für $\gamma = 1{,}5$, $1{,}6 \ldots 2$ gegeben.

Wie bereits erwähnt, basiert die Gleichung 79 und die vorstehende Tabelle für die Werte G auf der Annahme $x_o = s$. Zunächst scheint es, als ob dieser Fall überhaupt der in wirtschaftlicher Hinsicht erstrebenswerte sei. Sofern die Nulllinie noch in die horizontale Platte fällt, also $x_o < s$ ist, enthält allerdings die Decke noch überflüssiges Betonmaterial. Ist aber $s < x_o$, so ändert sich nach dem früher Gesagten das Bild der Beanspruchungen und es soll nachstehend diese Veränderung einer Untersuchung unterzogen werden. Fig. 72 zeigt das Beanspruchungsdiagramm wie es noch für $x_o = s$ Geltung hat. Ist aber nun $s < x_o$, so fällt nach Fig. 72 a das Spannungsdreieck I ($\triangle$ abc) fort. Wenn dann die maximale Betonbeanspruchung σ_b nicht überschritten werden soll, so müssen die abgeschnittenen Betonspannungen offenbar in ein anderes Spannungsdreieck II ($\triangle$ bde) umgewandelt werden und zwar derart, dass die statische Wirkung unverändert bleibt. Im Schwerpunkt des Dreiecks I kann man sich die Resultante der abgeschnittenen Betonspannungen in der Grösse

$$P_I = \sigma_b \cdot \frac{(x_o - s)^2}{2 \cdot x_o} \cdot b_1$$

wirkend denken und diese Kraft kann, wie an Fig. 65 erläutert, zerlegt werden in eine gleichgrosse, gleichgerichtete, im Schwerpunkt des Dreiecks II wirkende Kraft und in ein Gegenpaar von der Momentengrösse

$$P_I \cdot \left(\frac{x_o - s}{3} + \frac{s}{3}\right) = P_I \cdot \frac{x_o}{3} = \sigma_b \cdot \frac{(x_o - s)^2}{2 \cdot x_o} \cdot b_1 \cdot \frac{x_o}{3},$$

welches rechtsdrehender Sinn hat (Fig. 72 b). Reduziert man dieses Gegenpaar auf den Momentenhebelarm $h' - \frac{2}{3} \cdot s$, so ist alsdann die in I wirkende Kraft zerlegt in die im Schwerpunkte von II wirkende Kraft von der Grösse

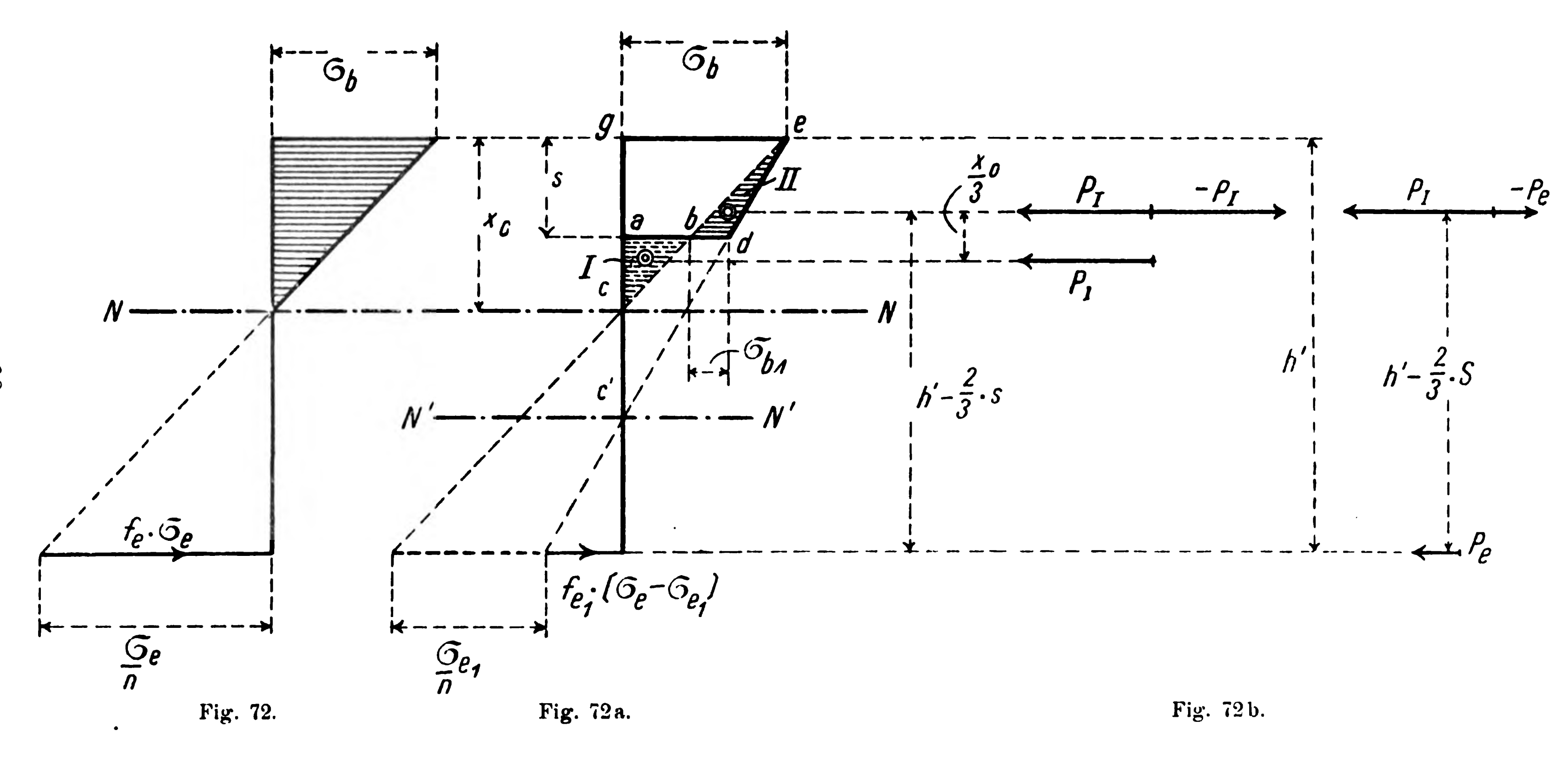


Fig. 72.

Fig. 72a.

Fig. 72b.

$$P_{II} = P_I - P_I \cdot \frac{x_0}{3} \cdot \frac{1}{h' - \frac{2}{3}s} = P_I\left(1 - \frac{x_0}{3h' - 2s}\right)$$

$$P_{II} = \sigma_b \cdot \frac{(x_0 - s)^2}{2 \cdot x_0} \cdot b_1 \cdot \left(1 - \frac{x_0}{3h' - 2s}\right)$$

und in die entlastende Kraft im Eisenquerschnitt

$$P_e = P_I \cdot \frac{x_0}{3} \cdot \frac{1}{h' - \frac{2}{3}s} = \sigma_b \cdot \frac{(x_0 - s)^2}{2x_0} \cdot b_1 \cdot \frac{x_0}{3h' - 2s}.$$

Da der Inhalt des Dreiecks II hiernach kleiner sein muss als der Inhalt des Dreiecks I, so folgt also durch die Reduktion der Plattenstärke von x_0 auf s eine Verkleinerung der Resultante aller Betondruckkräfte. Dies ergibt sich ja auch aus dem Umstande, dass jederzeit die Kraft in der Zugarmierung grössengleich der Resultierenden aller Druckkräfte sein muss. Wenn somit die Zugkraft um P_e verkleinert worden ist, so muss sich auch um den gleichen Wert die Druckresultante verkleinern.

Die aus P_{II} folgende Beanspruchungsvergrösserung an der Unterkante der horizontalen Platte werde mit σ_{b1} bezeichnet und sie ergibt sich zu

$$\sigma_{b1} = P_{II} \cdot \frac{2}{sb} = \sigma_b \cdot \frac{(x_0 - s)^2}{2 \cdot x_0} \cdot b_1 \left(1 - \frac{x_0}{3h' - 2s}\right) \cdot \frac{2}{s \cdot b}.$$

Nach den früheren Erörterungen steht nun die Eisenbeanspruchung zur Betonbeanspruchung immer im n-fachen Proportionswerte, so dass mit Hinweis auf Fig. 72a folgt:

$$\sigma_{b1} : \sigma_{e1} = s : n \cdot h'$$

worin mit σ_{e1} die Spannungsverminderung im Eisenquerschnitt infolge der Verschiebung der Nullinie von c nach c′ bezeichnet sein soll.

$$\sigma_{b1} = \sigma_{e1} \cdot \frac{s}{n \cdot h'}.$$

Durch Gleichsetzen der beiden für σ_{b_1} ermittelten Ausdrücke folgt:

$$\sigma_b \cdot \frac{(x_0 - s)^2}{2 \cdot x_0} \cdot b_1 \cdot \left(1 - \frac{x_0}{3h' - 2s}\right) \cdot \frac{2}{s \cdot b} = \sigma_{e1} \cdot \frac{s}{n \cdot h'}$$

$$\sigma_{e1} = \sigma_b \cdot \frac{(x_0 - s)^2}{2 \cdot x_0} \cdot \left(1 - \frac{x_0}{3h' - 2s}\right) \cdot \frac{2n \cdot h'}{s^2} \cdot \frac{b_1}{b}.$$

Zur Vermeidung jeden Irrtumes sei darauf aufmerksam gemacht, dass die in den vorstehend entwickelten Ausdrücken enthaltene Grösse x_0 der Nullinienlage

dem Fall Fig. 72 entspricht. Für den Fall Fig. 72a ist ja die Nullinie nach c' verrückt und zwar wäre die Entfernung von c' bis zur äussersten Betondruckkante durch den Ausdruck $\frac{f_{e1} \cdot n \cdot h' + \frac{s^2 \cdot b}{2}}{s \cdot b + n \cdot f_{e1}}$ gegeben (vgl. Gleichung 74 und Fig. 70). Der Zugarmierungsquerschnitt ist dabei mit f_{e1} bezeichnet, weil infolge der Veränderung der inneren Spannungen und der Lage der Nullinie der Eisenquerschnitt des Falles Fig. 72a im allgemeinen nicht identisch sein wird mit dem Eisenquerschnitt f_e des Falles Fig. 72. Um hierüber Klarheit zu erhalten setzen wir

$$f_{e1} \cdot (\sigma_e - \sigma_{e1}) = Z_e - P_e$$

$$f_{e1} = \frac{Z_e - P_e}{\sigma_e - \sigma_{e1}}.$$

Die Werte σ_e und Z_e sind dabei dem durch Fig. 72 dargestellten Fall entsprechend und zwar ist bekanntlich

$$Z_e = \frac{\sigma_b \cdot x_o}{2} \cdot b$$

$$\sigma_e = \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_o}{x_o}.$$

Unter Beachtung der für P_e und σ_{e1} gefundenen Ausdrücke resultiert somit:

$$f_{e1} = \frac{\frac{\sigma_b x_o}{2} \cdot b - \sigma_b \cdot \frac{(x_o - s)^2}{2 \cdot x_o} \cdot b_1 \cdot \frac{x_o}{3h' - 2s}}{\sigma_b \cdot n \cdot \frac{h' - x_o}{x_o} - \sigma_b \cdot \frac{(x_o - s)^2}{2x_o} \left(1 - \frac{x_o}{3h' - 2s}\right) \cdot \frac{2nh'}{s^2} \cdot \frac{b_1}{b}}.$$

Um festzustellen, ob überhaupt eine Veränderung des Zugarmierungsquerschnittes infolge der Reduktion der Plattenstärke von x_o auf s eintreten muss, soll zunächst diejenige Beanspruchungsverminderung σ'_{e1} im Eisen ermittelt werden, bei welcher der Eisenquerschnitt unverändert bleiben darf. Da $f_e \cdot \sigma_e = Z_e$ sein muss, so ist $f_e = \frac{Z_e}{\sigma_e}$. Sollte nun auch $f_e = \frac{Z_e - P_e}{\sigma_e - \sigma'_{e1}}$ sein, so müsste die Beziehung gelten:

$$\frac{Z_e}{\sigma_e} = \frac{Z_e - P_e}{\sigma_e - \sigma'_{e1}}$$

$$Z_e(\sigma_e - \sigma'_{e1}) = Z_e \cdot \sigma_e - P_e \cdot \sigma_e$$

$$Z_e \cdot \sigma'_{e1} = P_e \cdot \sigma_e$$

$$P_e : \sigma'_{e1} = Z_e : \sigma_e$$

$$\sigma'_{e1} = \frac{P_e \cdot \sigma_e}{Z_e}$$

$$\sigma'_{e1} = \frac{\sigma_b \frac{(x-s)^2}{2x_o} \cdot b_1 \cdot \frac{x_o}{3h'-2s} \cdot \sigma_b \cdot n \cdot \frac{h'-x_o}{x_o}}{\sigma_b \cdot \frac{x_o}{2} \cdot b}$$

$$\sigma'_{e1} = \sigma_b \cdot \frac{(x_o-s)^2}{2 \cdot x_o} \cdot \frac{x_o}{3h'-2s} \cdot \frac{h'-x_o}{x_o} \cdot \frac{2 \cdot n}{x_o} \cdot \frac{b_1}{b}.$$

Die tatsächliche eintretende Beanspruchungsverminderung ergab sich, wie abgeleitet, zu

$$\sigma_{e1} = \sigma_b \cdot \frac{(x_o-s)^2}{2 \cdot x_o}\left(1 - \frac{x_o}{3h'-2s}\right) \cdot \frac{2 \cdot n \cdot h'}{s^2} \cdot \frac{b_1}{b}.$$

Es bleibt nun zu untersuchen, ob σ_{e1} grösser oder kleiner als σ'_{e1} ist. Bildet man die Summe $\sigma_{e1} - \sigma'_{e1}$, so deutet ein positives Ergebnis auf $\sigma_{e1} > \sigma'_{e1}$. Bei negativem Resultate ist umgekehrt $\sigma_{e1} < \sigma'_{e1}$. Es folgt nun

$$\sigma_{e1} - \sigma'_{e1} = \sigma_b \cdot \frac{(x_o-s)^2}{2 \cdot x_o}\left[\left(1 - \frac{x_o}{3h'-2s}\right) \cdot \frac{2 \cdot n \cdot h'}{s^2} - \frac{x_o}{3h'-2s} \cdot \frac{2 \cdot n \cdot (h'-x_o)}{x_o^2}\right] \cdot \frac{b_1}{b}$$

$$\sigma_{e1} - \sigma'_{e1} = \sigma_b \cdot \frac{(x-s)^2}{2 \cdot x_o} \cdot \frac{2n}{3h'-2s} \cdot \left[(3h'-2s-x_o) \cdot \frac{h'}{s^2} - x_o \cdot \frac{h'-x_o}{x_o^2}\right] \cdot \frac{b_1}{b}.$$

Da nun $s < x_o$, so ist $2s + x_o < 3x_o$, demnach

$$3h' - (2s + x_o) > 3h' - 3x_o$$

$$3h' - 2s - x_o > 3(h' - x_o).$$

Wegen $s < x_o$ ist ferner

$$\frac{h'-x_o}{s} > \frac{h'-x_o}{x_o}.$$

Setzt man nun zunächst an Stelle des Ausdruckes $3 \cdot h' - 2s - x_o$ den kleineren Wert $3(h'-x_o)$, so würde dann der obige Klammerausdruck die Form annehmen.

$$3(h'-x_o) \cdot \frac{h'}{s^2} - x_o \cdot \frac{h'-x_o}{x_o^2} = \frac{3 \cdot h'}{s} \cdot \frac{h'-x_o}{s} - \frac{h'-x_o}{x_o}.$$

Wiederum folgt wegen $s < x_o$, dass $\frac{h'-x_o}{s} > \frac{h'-x_o}{x_o}$, und da $\frac{h'}{s} > 1$, so ist $3\frac{h'}{s} > 3$.

Mithin folgt

$$\frac{3h'}{s} \cdot \frac{h'-x_o}{s} > \frac{h'-x_o}{x_o}$$

und um so mehr muss dann

$$(3h'-2s-x_0)\frac{h'}{s^2} > x_0\frac{h'-x_0}{x_0^2}$$

sein, so dass also die algebraische Summe $\sigma_{e1} - \sigma'_{e1}$ ein positives Resultat ergeben muss. Es ist also $\sigma_{e1} > \sigma'_{e1}$. Der Nenner

$$\sigma_e - \sigma_{e1} = \sigma_b . n \cdot \frac{h'-x_0}{x_0} - \sigma_b \cdot \frac{(x_0-s)^2}{2 . x_0} \cdot \left(1 - \frac{x_0}{3h'-2s}\right) \cdot \frac{2nh'}{s^2} \cdot \frac{b_1}{b}$$

des für f_{e1} gefundenen Ausdrucks ist demnach kleiner als der Nenner $\sigma_e - \sigma'_{e1}$ des für f_e aufgestellten Wertes und somit ist festgestellt, dass $f_{e1} > f_e$ sein muss.

Das durch diese Ableitungen gewonnene Ergebnis lässt sich wie folgt zusammenfassen:

> Durch Reduktion der Horizontalplattenstärke von x_0 auf den kleineren Wert s wird bei Beibehaltung derselben Maximalbetonbeanspruchung eine Verminderung der resultierenden Betondruckkraft sowie auch der Zugarmierungskraft erzielt. Gleichzeitig nimmt auch die Beanspruchung im Eisen ab und zwar in so erheblichem Masse, dass trotz der Verminderung der resultierenden Zugkraft eine Vergrösserung des Eisenquerschnittes erfolgen muss.

Der Vergrösserung des Eisenquerschnittes kann natürlich durch eine Vergrösserung der Rippenhöhe entgegengewirkt werden. Berücksichtigt man nun, dass die Querschnittsflächenverkleinerung im Betondruckgurt bei Vernachlässigung der immerhin schmalen Rippenbreite b_1 sich zu rund $B . (x_0 - s)$ ergibt, so könnte die Rippe um $\frac{B . (x_0 - s)}{b_1}$ erhöht werden, ohne dass ein Mehrverbrauch an Betonmaterial eintreten würde. Das Verhältnis $\frac{B}{b_1}$ stellt nun immer eine grössere Zahl dar (ca 40–: 60) und es ist daher ohne weiteres einleuchtend, dass im allgemeinen zur Verkleinerung des Eisenquerschnittes von f_{e1} auf f_e nur eine Vergrösserung der Rippenhöhe nötig sein wird, die einen Teilbetrag der Grösse $\frac{B(x_0 - s)}{b_1}$ ausmacht. Es geht daraus hervor, dass die Lage der Nullinie in Plattenunterkante nicht den wirtschaftlichsten Fall darstellt, wie wohl angenommen werden könnte. Die später durchgeführten Berechnungsbeispiele werden das vorstehend Gesagte erhärten.

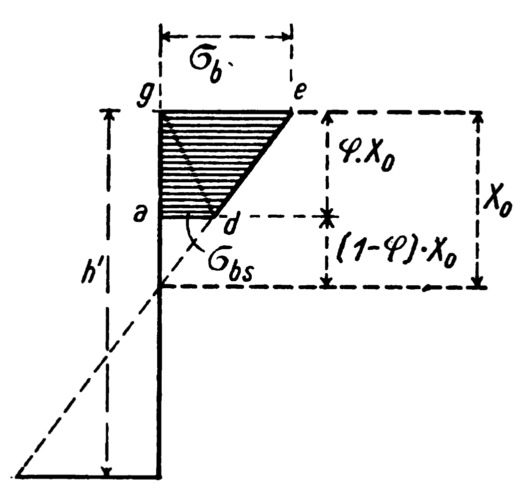


Fig. 73.

Nachstehend soll nun noch die Querschnittsbestimmung erörtert werden, wenn die Horizontalplattenstärke von vornherein als ein bestimmter Teilbetrag der Grösse x_0 eingeführt werden soll. Setzt man entsprechend der Fig. 73

$$s = \varphi . x_0,$$

so ergibt sich die Betonbeanspruchung an der Plattenunterkante zu

$$\sigma_{bs} = \sigma_b \cdot \frac{(1-\varphi) \cdot x_0}{x_0} = (1-\varphi) \cdot \sigma_b.$$

Die Entfernung des Betondruckmittelpunktes von der äussersten Betonfaser ge ergibt sich nach der Lehre der Schwerpunktsbestimmung und unter Hinweis auf die Bezeichnungsweise der Fig. 71 zu

$$\frac{s}{3} + z = \frac{\sigma_b \cdot \frac{s}{2} \cdot \frac{s}{3} + (1-\varphi) \cdot \sigma_b \cdot \frac{2s}{3} \cdot \frac{s}{2}}{\frac{\sigma_b + (1-\varphi)\sigma_b}{2} \cdot s}$$

$$\frac{s}{3} + z = \frac{\frac{s}{3} + (1-\varphi)\frac{2s}{3}}{1 + 1 - \varphi} = \frac{s + 2(1-\varphi)s}{3(2-\varphi)}$$

$$\frac{s}{3} + z = \frac{s}{3} \cdot \left(\frac{1 + 2 - 2\varphi}{2-\varphi}\right) = \frac{s}{3} \cdot \frac{3-2\varphi}{2-\varphi}.$$

Da $s = \varphi \cdot x_0$ und $x_0 = c \cdot h'$ ist, so resultiert schliesslich

$$\frac{s}{3} + z = \frac{\varphi \cdot c \cdot h'}{3} \cdot \frac{3-2\varphi}{2-\varphi}.$$

Der in Fig. 71 mit y bezeichnete Abstand der Betondruckresultante von der Resultierenden der Zugarmierungskräfte folgt demnach zu

$$y = h' - \left(\frac{s}{3} + z\right) = h' - \frac{\varphi \cdot c \cdot h'}{3} \cdot \frac{3-2\varphi}{2-\varphi}$$

$$y = h'\left(1 - \frac{\varphi \cdot c}{3} \cdot \frac{3-2\varphi}{2-\varphi}\right).$$

Die Summe aller Betondrücke ergibt sich zu

$$D_b = \frac{\sigma_b + (1-\varphi) \cdot \sigma_b}{2} \cdot s \cdot b = \frac{\sigma_b + (1-\varphi)\sigma_b}{2} \cdot \varphi \cdot c \cdot h' \cdot b$$

$$D_b = \sigma_b \cdot \frac{2-\varphi}{2} \cdot \varphi \cdot c \cdot h' \cdot b.$$

Weiterhin folgt dann

$$D_b \cdot y = M$$

$$\sigma_b \cdot \frac{2-\varphi}{2} \cdot \varphi \cdot c \cdot h' \cdot b \cdot h' \cdot \left(1 - \frac{\varphi \cdot c}{3} \cdot \frac{3-2\varphi}{2-\varphi}\right) = M.$$

$$80) \quad \sigma_b \cdot \frac{c^2 \cdot h'^2}{6} \cdot b \cdot \left[\frac{3}{c} \cdot \varphi(2-\varphi) - \varphi^2(3-2\varphi)\right] = M.$$

Für M können andererseits dieselben Ausdrücke angewandt werden, welche der Gleichung 79 zugrunde liegen. Also

$$M = g \cdot \frac{L^2}{\mu} \cdot 100 + q' \cdot \frac{L^2}{\mu} \cdot 100$$

$$g = B \cdot \frac{\gamma \,.\, s}{100} \cdot 2400 = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, s = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, \varphi \,.\, c \,.\, h'$$

$$q' = q \,.\, B$$

$$M = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, \varphi \,.\, c \,.\, h' \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q \,.\, B \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100.$$

Setzt man nun

$$3\varphi(2-\varphi) = \mathfrak{A}$$

und

$$\varphi^2(3-2\varphi) = \mathfrak{B}$$

so resultiert durch Gleichsetzen der für M ermittelten Ausdrücke:

$$\sigma_b \cdot \frac{c^2 \,.\, h'^2}{6} \cdot b\left(\frac{\mathfrak{A}}{c} - \mathfrak{B}\right) = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, \varphi \,.\, c \,.\, h' \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q \,.\, B \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100.$$

$$81) \quad \mathbf{o = h'^2 - h' \,.\, 2400 \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{\gamma \,.\, \varphi}{\mathfrak{A} - c \,.\, \mathfrak{B}} \cdot \frac{6 \,.\, 1{,}04^2}{\sigma_b \,.\, \mu} \cdot L_1^2 - 100 \,.\, q \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{6 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\sigma_b \,.\, c \,.\, (\mathfrak{A} - c\mathfrak{B}) \,.\, \mu}} \cdot$$

Die Auflösung einer quadratischen Gleichung von der Form

$$o = h'^2 - h' \,.\, \mathfrak{N} - \mathfrak{M}$$

ergibt bekanntlich die Werte

$$h' = \frac{\mathfrak{N}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{N}}{2}\right)^2 + \mathfrak{M}}.$$

In Gleichung 81 wäre also

$$\mathfrak{N} = 2400 \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{\gamma \,.\, \varphi}{\mathfrak{A} - c\mathfrak{B}} \cdot \frac{6 \,.\, 1{,}04^2}{\sigma_b \,.\, \mu} \cdot L_1^2$$

und

$$\mathfrak{M} = 100 \,.\, q \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{6 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\sigma_b \,.\, c(\mathfrak{A} - c\mathfrak{B}) \,.\, \mu}.$$

Nachstehend sind für eine grössere Zahl von Werten φ die Ausdrücke $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ zusammengestellt.

φ	$\mathfrak{A} = 3\varphi(2-\varphi)$	$\mathfrak{B} = \varphi^2(3-2\varphi)$
0,95	2,9925	0,99275
0,90	2,9700	0,97200
0,85	2,9325	0,93925
0,80	2,8800	0,89600
0,75	2,8125	0,84375
0,70	2,7300	0,78400
0,65	2,6325	0,71825
0,60	2,5200	0,64800
0,55	2,3925	0,57475
0,50	2,2500	0,50000

Wenn zur Aufstellung der Gleichung 81 das Eigengewicht g nur als Funktion der Horizontalplattenstärke berücksichtigt wurde, indem man sich die Rippendecke durch eine glatte Decke ersetzt dachte, deren Stärke gleich der γ-fachen Plattenstärke der Rippendecke war, so kann man aber auch die Grösse g genauer ermitteln und zwar unter Berücksichtigung, dass B in Metern, b_1, h' und s in Zentimetern eingeführt werden, zu

$$g = 2400 \cdot \left(\frac{s}{100} \cdot B + \frac{1{,}1 \, . \, h' - s}{100} \cdot \frac{b_1}{100}\right) = 2400\left(\frac{s}{100} \cdot B + \frac{1{,}1 \, . \, h' \, . \, b_1}{10000} - \frac{sb_1}{10000}\right).$$

Da die Breite b_1 im allgemeinen nicht gross ist, so könnte man den Summand $\frac{sb_1}{10000}$ unbedenklich vernachlässigen, zumal die Eigengewichtsbelastung dadurch etwas grösser in Rechnung geführt würde, als sie sich bei genauer Berechnung ergibt. Soll der Summand aber doch eine gewisse Berücksichtigung finden, so kann man von der Erwägung ausgehen, dass in der Grösse $s = \varphi \, . \, c \, . \, h'$ das Resultat des Produktes $\varphi \, . \, c$ in nicht allzu weiten Grenzen schwanken wird, weil zu einem grossen Werte c aus Wirtschaftlichkeitsgründen im allgemeinen ein kleiner Wert φ gehören wird und weil bei kleinem Werte c die Wahl φ nahe 1 aus praktischen Gründen folgt. Ein Mittelwert $c \, . \, \varphi = \frac{3}{10} \cdot 1 = 0{,}3$ dürfte der Wirklichkeit für die Praxis genügend genau nahe kommen und es wäre dann

$$g = 24\left(\varphi \, . \, c \, . \, h' \, . \, B + \frac{1{,}1 \, . \, h' b_1}{100} - \frac{0{,}3 \, . \, h' b_1}{100}\right)$$

$$g = 0{,}24 \, . \, h'(100 \, . \, \varphi \, . \, c \, . \, B + 0{,}8 \, . \, b_1)$$

$$M = 0{,}24 \, . \, h'(100 \, . \, \varphi \, . \, c \, . \, B + 0{,}8 \, . \, b_1) \cdot \frac{1{,}04^2 \, . \, L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q \, . \, B \cdot \frac{1{,}04^2 \, . \, L_1^2}{\mu} \cdot 100$$

$$\sigma_b \cdot \frac{c^2 \, . \, h'^2}{6} \cdot b\left(\frac{\mathfrak{A}}{c} - \mathfrak{B}\right) = 24 \, . \, h'(100 \, . \, \varphi \, . \, c \, . \, B + 0{,}8 \, . \, b_1) \cdot \frac{1{,}04^2 \, . \, L_1^2}{\mu} + 100 \, . \, q \, . \, B \cdot \frac{1{,}04^2 \, . \, L_1^2}{\mu}.$$

$$82) \quad 0 = h'^2 - h' \, . \, 24 \cdot \frac{100 \, . \, \varphi \, . \, c \, . \, B + 0{,}8 \, . \, b_1}{b \, . \, c \, . \, (\mathfrak{A} - c \, . \, \mathfrak{B})} \cdot \frac{6 \, . \, 1{,}04^2 \, . \, L_1^2}{\sigma_b \, . \, \mu} - 100 \, . \, q \cdot \frac{B \, . \, 6 \, . \, 1{,}04^2 \, . \, L_1^2}{b \, . \, c \, . \, \sigma_b(\mathfrak{A} - c\mathfrak{B})\mu}.$$

Die Auflösung erfolgt nach der Gleichung

$$h' = \frac{\mathfrak{N}_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{N}_1}{2}\right)^2 + \mathfrak{M}_1}$$

wobei

$$\mathfrak{N}_1 = 24 \cdot \frac{100 \,.\, \varphi \,.\, c \,.\, B + 0{,}8 b_1}{b \,.\, c(\mathfrak{A} - c \,.\, \mathfrak{B})} \cdot \frac{6 \,.\, 1{,}04^2 L_1^2}{\sigma_b \,.\, \mu}$$

und

$$\mathfrak{M}_1 = 100 \,.\, q \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{6 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\sigma_b \,.\, c(\mathfrak{A} - c \,.\, \mathfrak{B}) \,.\, \mu}$$

zu setzen ist.

Der horizontale, zwischen den Rippen in einer Stärke ausgebildete Teil der Rippendecke hat nun nicht allein die Aufgabe, als Druckgurt des ⊤-förmigen Tragquerschnittes zu wirken (Fig. 74), sondern er muss auch die zwischen den Rippen auftretende Belastung auf die ⊤-förmigen Träger übertragen. Die Wirkung der horizontalen Platte gleicht somit einer über die Rippen als Stützen kontinuierlich verlaufenden Decke. Es entstehen also ausser den Spannungen des durchbehandelten ⊤-Querschnittes noch Nebenspannungen. Nach den bisher stattgehabten Versuchen scheint aber sicher zu stehen, dass die Nebenspannungen bedenkliche Grössen nicht erreichen und sie werden daher vielfach überhaupt nicht berücksichtigt. Will man aber einigermassen Rücksicht darauf nehmen, so kann dies dadurch geschehen, dass die für den ⊤-Querschnitt zugelassene Höchstbeanspruchung σ_b um 10 bis 15 v. H. niedriger als sonst üblich angenommen wird. Sofern bei grösseren Ausführungen eine gewisse rechnerische Berücksichtigung erfolgen soll, so ist nach Prof. S. Müller-Charlottenburg zu empfehlen, der ⊤-Querschnittberechnung eine zweite anzuschliessen, in welcher der Deckenteil von der Breite $\frac{1}{2}(b - b_1)$ als an der Vertikalrippe eingespannter Freiträger angesehen werden soll. Die Traglänge dieses Freiträgers beträgt dann $\frac{1}{2}(b - b_1)$. In Fig. 74 ist diese Annahme zur Andeutung gebracht. Es ergibt sich daraus eine Armierung entsprechend der Fig. 75.

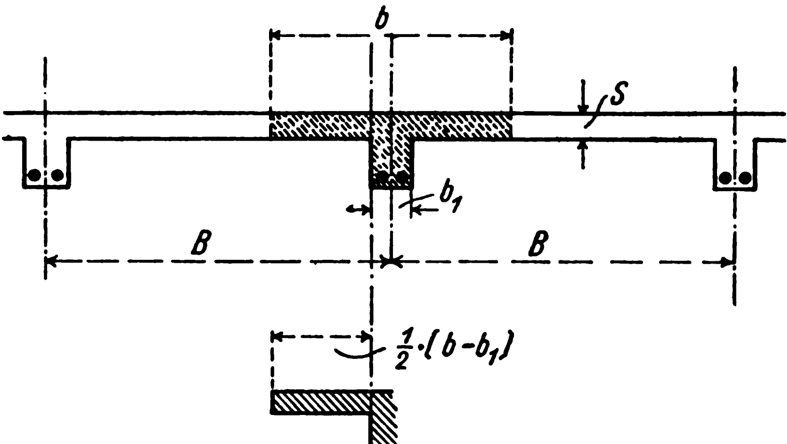


Fig. 74

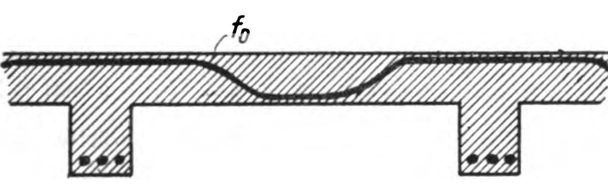


Fig. 75.

Berechnungsbeispiele.

1. Eine Rippendecke überspannt einen Raum von 6 m Lichtweite. Die Rippen haben eine gegenseitige Entfernung von $B = 1{,}5$ m. Die Nutzlast pro qm Grundriss beträgt 850 kg. Es ist angenommen:

$$f_e = 20 \text{ qcm}, \; b_1 = 40 \text{ cm}$$
$$h' = 60 \text{ cm}, \; h = 64 \text{ cm}$$
$$s = 12 \text{ cm}.$$

Da $B < \frac{L}{3}$, so kann b zu 150 cm in Rechnung gezogen werden. Das Deckeneigengewicht pro m Rippenlänge ergibt sich zu

$$g = 2400 \cdot \left(\frac{s}{100} \cdot B + \frac{h-s}{100} \cdot \frac{b_1}{100}\right) = 2400 \cdot \left(\frac{12 \,.\, 1{,}5}{100} + \frac{52 \,.\, 40}{10000}\right)$$
$$g = 2400 \,.\, 0{,}388 = \sim 930 \text{ kg}.$$

Nach Gleichung 74 ist:

$$x_0 = \frac{f_e \,.\, n \,.\, h' + \frac{s^2 b}{2}}{sb + nf_e} = \frac{18000 + 10800}{1800 + 300} = 13{,}7 \text{ cm}.$$

Aus Gleichung 76 folgt

$$y = h' - \frac{s}{3} \cdot \frac{3 \,.\, x_0 - 24}{2 \,.\, x_0 - s} = 60 - 4 \cdot \frac{3 \,.\, 13{,}7 - 24}{2 \,.\, 13{,}7 - 12} = 55{,}56 \text{ cm}.$$

Die Gesamtlast pro Rippe beträgt

$$6 \,.\, (1{,}5 \,.\, 850 + 930) = 13230 \text{ kg}.$$

Die Decke ruhe auf den beiden Wänden aus Mauerwerk auf und zwar soll die Auflagerbeanspruchung 8 kg pro qcm nicht überschreiten. Die nötige Auflagerlänge ergibt sich alsdann zu $\frac{13230}{2 \,.\, 40 \,.\, 8} = \sim 22$ cm. Als Auflagerbreite ist hierbei die Breite $b_1 = 40$ cm der Rippe angenommen, obgleich für die Auflagerung eigentlich die gesamte Breite des tragenden Querschnittes ($b = 150$ cm) in Frage kommt. Nimmt man eine Auflagerlänge von rd. 25 cm an, so ist $L = L_1 + \frac{25}{100} = 6{,}25$ m.

$$M = (1{,}5 \,.\, 850 + 930) \cdot \frac{6{,}25 \,.\, 625}{8} = \sim 1077000 \text{ cm/kg}.$$

Indem in dieser Momentenberechnung angenommen ist, dass die Belastung sich auf die ganze Stützweite ausdehne und nicht allein auf die Lichtweite, ergibt sich daraus eine Vergrösserung der Sicherheit.

Gemäss Gleichung 77 ist:

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e \, . \, y} = \frac{1077000}{20 \, . \, 55{,}56} = 980 \text{ kg/qcm.}$$

Aus Gleichung 78 folgt:

$$\sigma_b = \sigma_e \cdot \frac{x_0}{n \, . \, (h' - x_0)} = 980 \cdot \frac{13{,}7}{15 \, . \, 46{,}3} = 19{,}3 \text{ kg/qcm.}$$

Die Querkraft über einem Auflager ergibt sich zu

$$V_{max} = (1{,}5 \, . \, 850 + 930) \cdot \frac{6{,}25}{2} = 6890 \text{ kg.}$$

Obwohl auch für die Ermittelung der grössten Vertikalscherbeanspruchung der gesamte ┬-förmige Betonquerschnitt in Rechnung gezogen werden könnte, so wollen wir doch auch hier der Einfachheit halber nur den Rippenquerschnitt berücksichtigen, um so mehr, als ersichtlich auch in diesem Falle die Beanspruchungsgrenze nicht erreicht werden wird.

Es ist

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b_1 \, . \, h + nf_e} = \frac{6890}{40 \, . \, 64 + 15 \, . \, 20} = 2{,}4 \text{ kg/qcm.}$$

Zur Ermittelung der Horizontalscherbeanspruchung gehen wir von Gleichung 36 aus, welche lautet: $T_N = \dfrac{M'' - M'}{h' - \frac{x_0}{3}}$. Diese Gleichung war für die glatte Decke aufgestellt und in ihr bedeutet der Nenner $h' - \frac{x_0}{3}$ den gegenseitigen Abstand der Resultierenden der Zug- und Druckkräfte. Dieser Abstand hat aber für den mit Rippen versehenen Querschnitt die Grösse y, so dass die Gleichung 36 für die Rippendecke umzuwandeln ist in

$$T_N = \frac{M'' - M'}{y} \quad [1])$$

$$T_N = \tau_{b\,max} \, . \, b_1 \, . \, \triangle L = \frac{M'' - M'}{y} = \frac{V_{max} \, . \, \triangle L}{y}$$

---

1) Es folgt dies auch durch rechnerische Ableitung. Aus Gleichung 77 und 78 folgt nämlich $\sigma_b = \sigma_e \cdot \dfrac{x_0}{n(h' - x_0)} = \dfrac{M \, . \, x_0}{f_e \, . \, y \, . \, n(h' - x_0)}$. Die Gleichung 74 war aus der Beziehung $f_e \, . \, n(h' - x_0) = \frac{sb}{2}(2x_0 - s)$ gewonnen, so dass nun gesetzt werden kann: $\sigma_b = \dfrac{M \, . \, x_0}{\frac{sb}{2}(2x_0 - s) \, . \, y}$.

Die Breite der Scherfläche ist natürlich gleich der Breite b_1 der Rippe anzunehmen.

$$\tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b_1 \cdot y} = \frac{6890}{40 . 55{,}56} = 3{,}1 \text{ kp/qcm.}$$

Wählt man 8 Rundeisen von je 1,8 cm Durchmesser, so ist $f_e = \sim 20$ qcm und $U = 8 . 5{,}65 = 45{,}20$ cm, mithin ergibt sich am Eisenumfang die Spannung

$$\tau_{h\,max} = \frac{V_{max}}{U . y} = \frac{6890}{45{,}2 . 55{,}56} = \sim 2{,}8 \text{ kg/qcm.}$$

Für die Durchführung der Ergänzungsberechnung der Horizontalplatte beträgt die Freilänge

$$\left(B - \frac{b_1}{100}\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(1{,}5 - \frac{40}{100}\right) \cdot \frac{1}{2} = 0{,}55 \text{ m.}$$

Moment aus der Nutzlast $= 850 . 0{,}55 \cdot \frac{55}{2} = 12860$ cm/kg. Moment aus Eigengewicht $= 0{,}12 . 2400 . 0{,}55 \cdot \frac{55}{2} =$ 4360 cm/kg. Gesamtmoment $=$ 12860 + 4360 = 17220 cm/kg. Bei $s = 12$ cm könnte man den Abstand s' der Eiseneinlagen von der äussersten Betondruckkante zu 10,5 cm annehmen (siehe Fig. 76). Nach Gleichung 22 muss dann sein

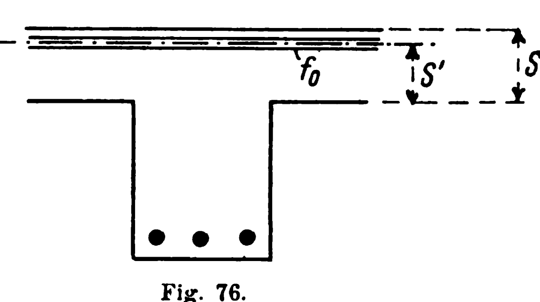


Fig. 76.

$$s' = \frac{A}{10} \cdot \sqrt{M} = A \cdot \frac{\sqrt{17220}}{10} = 10{,}5,$$

Die zur Aufstellung der Gleichung 35 ermittelte Grösse $t = \frac{v}{x_0}(\sigma_b'' - \sigma_b')b . \Delta v$ lautet dann:

$$t = \frac{M'' - M'}{\frac{s . b}{2} \cdot (2x_0 - s) . y} \cdot b . v . \Delta v.$$

Es ergibt sich daraus wie früher:

$$T_{CD} = \Sigma_W^{x_0} t = \Sigma_W^{x_0} \frac{M'' - M'}{\frac{sb}{2}(2x_0 - s) . y} \cdot b . v . \Delta v = \frac{M'' - M'}{\frac{sb}{2}(2x_0 - s) . y} \cdot \Sigma_W^{x_0} b . v . \Delta v.$$

Wiederum bedeutet $\Sigma_W^{x_0} b . v . \Delta v$ das statische Moment des Querschnittsflächenteiles oberhalb des untersuchten Horizontalschnittes. Für den Horizontalschnitt an der Plattenunterkante ist $S = \Sigma_W^{x_0} b . v . \Delta v = sb . \left(x_0 - \frac{s}{2}\right) = \frac{sb}{2}(2x_0 - s)$, mithin $T_N = \frac{M'' - M'}{y}$.

da ja in diesem Falle die Grösse s' sinngemäss für h' zu setzen ist.

$$A = \frac{10,5}{13,12} = 0,8003.$$

Aus der Tabelle auf Seite 30 wird durch Interpolation ermittelt

$$\beta = 0,00182 - \frac{0,00182 - 0,00138}{0,8794 - 0,7686} \cdot (0,8003 - 0,7686)$$

$$\beta = 0,00182 - 0,00013 = 0,00169$$

$$f_o = 0,00169 \, . \, s' \, . \, b' = 169 \, . \, 10,5 = \sim 1,8 \text{ qcm}.$$

Auf $b' = 100$ cm Länge (in der Richtung der Rippe) könnte man sonach quer zur Rippe 10 Rundeisen von je 0,5 cm Durchmesser anordnen, welche alsdann $10 \, . \, 0,196 = 1,96$ qcm Querschnitt ergeben.

2. **Es ist eine Rippendecke zu dimensionieren für die Überdeckung eines Raumes von 5,5 m Lichtweite. Die Nutzbelastung sei 1000 kg pro qm und die Rippenentfernung betrage 2 m. Es soll die Decke so konstruiert werden, dass die Nullinie mit Plattenunterkante zusammenfällt und dass ferner $\sigma_e = 800$ kg/qcm und $\sigma_b = 40$ kg/qcm wird. Die Decke sei beiderseits frei aufliegend.**

Indem das Eisen nur bis 800 kg/qcm, der Beton aber bis zu dem im allgemeinen als Maximum betrachteten Zahlenwerte beansprucht werden soll, so ergibt sich daraus, dass die Grösse $x_o = s$ einen erheblichen Teil der Dimension h' ausmachen wird; denn es folgt bei $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{800}{40} = 20$; $x_o = c \, . \, h' = \frac{3}{7} \cdot h'$.

Aus diesem Grunde kann der Faktor γ eine Grösse erhalten, welche nahe der unteren Grenze liegt und zwar soll $\gamma = 1,6$ angenommen werden. Es ist dann nach Tabelle auf Seite 87 bei $\mu = 8$

$$G = 15,1488$$

Die tragende Breite b darf in vorliegendem Falle nicht gleich der Rippenentfernung B genommen werden, da $B > \frac{L_1}{3} = \frac{5,5}{3} = 1,83$ m ist. Es wird $b = \sim 180$ cm in Rechnung gezogen. Demnach ist $\frac{B}{b} = \frac{2}{180} = \frac{1}{90}$.

Für $\mu = 8$ ergibt die Tabelle auf Seite 35 den Wert $K \frac{6}{\mu} = 0,01841$ und nach Gleichung 79 resultiert dann

$$h' = 5,5^2 \cdot \left[\frac{15,1488}{90} + \sqrt{\left(\frac{15,1488}{90}\right)^2 + 100 \, . \, 1000 \cdot \frac{0,01841}{90 \, . \, 5,5^2}}\right]$$

$$h' \doteq 5,5^2 \, . \, 1,0077 = 30,5 \text{ cm}$$

$$x_o = s = c \, . \, h' = \frac{3}{7} \cdot 30,5 = \sim 13 \text{ cm}.$$

Nimmt man $a = 2,5$ cm und $b_1 = 40$ cm an, so kann nunmehr bei $h = h' + a = 33$ cm das Eigengewicht genauer ermittelt werden und zwar zu

$$g = B \cdot \frac{s}{100} \cdot 2400 + \frac{h-s}{100} \cdot \frac{b_1}{100} \cdot 2400 = 24\left(2 \,.\, 13 + \frac{33-13}{100} \cdot 40\right)$$

$$g = 24 \,.\, 34 = 816 \text{ kg pro m Rippenlänge.}$$

Die Gesamtlast pro m Rippenlänge beträgt dann $g + B \,.\, 1000 = 816 + 2000 = 2816$ kg.

Sofern man nur die Breite b_1 der Rippe als Auflagerbreite annehmen will und die Auflagerdruckbeanspruchung nicht grösser als 7 kg/qcm sein soll, so folgt bei $b_1 = 40$ cm eine Auflagerlänge von $\frac{2816 \,.\, 5,5}{2 \,.\, 40 \,.\, 7} = \sim 28$ cm. Als Stützweite führen wir daher die Länge $5,5 + 0,28 = 5,78 = \sim 5,8$ m ein. Dann folgt

$$M = 2816 \cdot \frac{5,8^2}{8} \cdot 100 = \sim 1184130 \text{ cm/kg.}$$

Nach Gleichung 20 ist nun

$$h' = A \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

und A kann für $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 20$ aus der Tabelle Seite 30 zu 0,3689 genommen werden.

$$h' = 0,3689 \cdot \sqrt{\frac{1184130}{180}} = 0,3689 \,.\, 81,11 = 29,9 = \sim 30 \text{ cm.}$$

Wie ersichtlich, stimmt der zuletzt gerechnete genauere Wert h' ziemlich gut mit dem früher berechneten Werte überein. Die Übereinstimmung wäre eine noch grössere geworden, wenn für γ überhaupt der untere Grenzwert (1,5) eingeführt worden wäre.

Aus Gleichung 21 lässt sich der erforderliche Eisenquerschnitt berechnen, indem der Faktor C der Tabelle Seite 30 zu 0,00395 entnommen wird.

$$f_e = 0,00395 \,.\, \sqrt{1184130 \,.\, 180} = 57,7 \text{ qcm.}$$

Der grösste gestattete Durchmesser der Rundeisen ergibt sich aus Gleichung 51 zu

$$d_{max} = \frac{500 \,.\, 5,8}{800} = \sim 3,6 \text{ cm.}$$

Wählt man 8 Rundeisen von je 3 cm Durchmesser, so beträgt der Gesamtquerschnitt $f_e = 8 \,.\, 7,07 = 56,56$ qcm. Mit Rücksicht auf den grossen Eisenquerschnitt ist es geboten, die ursprünglich zu 40 cm angenommene Breite b_1

etwas zu vergrössern und zwar auf 48 cm, so dass der Rundeisenabstand $\frac{48}{8} = 6$ cm wird. Wegen des hierdurch etwas vergrösserten Eigengewichtes und weil der gewählte Eisenquerschnitt nicht ganz die erforderliche Querschnittszahl erreicht, soll die zuerst ermittelte Grösse $h' = 30{,}5$ cm beibehalten werden.

Sofern die Nullinie noch in die horizontale Platte oder in deren Unterkante fällt, gilt für x_0 die Gleichung 9, also

$$x_0 = \frac{15 \,.\, 56{,}56}{180}\left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 180 \,.\, 30{,}5}{15 \,.\, 56{,}56}}\right] = 12{,}9 \text{ cm.}$$

Vernachlässigt man die geringfügige Eigengewichtsvergrösserung infolge Verbreiterung der Rippe, so folgt nach Gleichung 10

$$\sigma_b = \frac{2 \,.\, 1184130}{12{,}9 \,.\, 180(30{,}5 - 4{,}3)} = \sim 39 \text{ kg/qcm.}$$

Aus Gleichung 12 ergibt sich

$$\sigma_e = \frac{1184130}{56{,}56(30{,}5 - 4{,}3)} = \sim 800 \text{ kg/qcm.}$$

Es ist ferner

$$V_{max} = 2816 \cdot \frac{5{,}8}{2} = 8175 \text{ kg.}$$

Bei alleiniger Berücksichtigung der Rippenbreite für die Abscherung ergibt sich

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b_1 \,.\, h + n \,.\, f_e} = \frac{8175}{48 \,.\, 33 + 15 \,.\, 56{,}56} = 3{,}4 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b_1\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{8175}{48 \,.\, (30{,}5 - 4{,}3)} = 6{,}5 \text{ kg/qcm.}$$

Da die horizontale Scherspannung demnach den gestatteten Höchstwert überschreitet, so ist die Anordnung von Scherbügeln entsprechend den Figuren 24 und 26 zu treffen, auf deren Berechnung später eingegangen wird.

Die Spannung am Rundeisenumfang beträgt

$$\tau_{h\,max} = \frac{V_{max}}{U \,.\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{8175}{8 \,.\, \pi \,.\, 3 \,.\, (30{,}5 - 4{,}3)} = 4{,}1 \text{ kg/qcm.}$$

Für die Nachberechnung der horizontalen Platte quer zur Rippe, kommt eine Freilänge von $\frac{1}{2}(1{,}8 - 0{,}48) = 0{,}66$ m in Betracht. Eigengewichtsmoment:

$$0{,}13 \,.\, 2400 \,.\, 0{,}66 \frac{66}{2} = \sim 6800 \text{ cm/kg.}$$

Nutzlastmoment: $1000 \,.\, 0{,}66 \frac{66}{2} = \sim 21800$ cm/kg. Für $s' = 11$ cm folgt aus Gleichung 22

$$A = \frac{10 \,.\, s'}{\sqrt{M}} = \frac{10 \,.\, 11}{\sqrt{6800 + 21800}} = 0{,}6505.$$

Unter Benutzung der Tabelle auf Seite 30 folgt hieraus

$$\beta = 0{,}00284 - \frac{0{,}00284 - 0{,}00231}{0{,}6852 - 0{,}6203} \cdot (0{,}6505 - 0{,}6203)$$

$$\beta = 0{,}00258$$

$$f_o = \beta \,.\, s' \,.\, b' = 0{,}00258 \,.\, 11 \,.\, 100 = 2{,}84 \text{ qcm}$$

pro 1 m Rippenlänge.

3. Die in vorangehendem Beispiel berechnete Decke werde mit den Massen $s = 11{,}5$ cm, $b_1 = 48$ cm $h' = 34$ cm und mit dem Eisenquerschnitt $f_e = 53$ qcm ausgeführt. Es sind die Beanspruchungen zu ermitteln.

Es ist wahrscheinlich, dass die Nullinie durch den vertikalen Steg geht und die Lage soll daher aus Gleichung 74 ermittelt werden.

$$x_o = \frac{53 \,.\, 15 \,.\, 34 + \frac{11{,}5^2 \,.\, 180}{2}}{11{,}5 \,.\, 180 + 15 \,.\, 53} = \sim 13{,}6 \text{ cm.}$$

Die Nullinie geht also tatsächlich durch den Steg.

Aus Gleichung 76 folgt:

$$y = 34 - \frac{11{,}5}{3} \cdot \frac{3 \,.\, 13{,}6 - 2 \,.\, 11{,}5}{2 \,.\, 13{,}6 - 115} = 29{,}66 \text{ cm.}$$

Gegenüber dem vorigen Beispiel ist jetzt der Horizontalplattenquerschnitt um $(200-48) \,.\, (13-11{,}5) = 228$ qcm vermindert, der Rippenquerschnitt aber um $48(34-30{,}5) = 168$ qcm vergrössert. Insgesamt ist demnach eine geringe Querschnittsverminderung, also auch Eigengewichtsverkleinerung eingetreten, doch soll wegen der Geringfügigkeit das ursprüngliche Moment von 1184130 cm/kg auch hier beibehalten werden. Es ist dann gemäss Gleichung 77

$$\sigma_e = \frac{1184130}{53 \,.\, 29{,}66} = 753 \text{ kg/qcm}$$

und nach Gleichung 78

$$\sigma_b = 753 \cdot \frac{13{,}6}{15(34 - 13{,}6)} = 33{,}5 \text{ kg/qcm.}$$

Aus den beiden Resultaten ist die Bestätigung der früher aufgestellten Behauptung ersichtlich, dass nämlich das Zusammenfallen der Nullinie mit der Plattenunterkante nicht den wirtschaftlichsten Fall darstellt; denn trotzdem im jetzigen Beispiel der Betonquerschnitt sowohl, wie auch der Eisenquerschnitt verringert sind, sind doch beide Beanspruchungen kleiner geworden.

Es ergibt sich ferner bei $h = h' + 3$:

$$\tau_{b\,max} = \frac{8175}{48 \,.\, (34 + 3) + 15 \,.\, 53} = 3{,}2 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau'_{b\,max} = \frac{8175}{48 \,.\, 29{,}66} = 5{,}7 \text{ kg/qcm.}$$

Der Querschnitt von 53 qcm wird durch 8 Rundeisen von je 2,9 cm Durchmesser gegeben, für welche der Umfang sich zu $8 \,.\, 9{,}11 = 72{,}9$ cm ergibt. Mithin

$$\tau_{h\,max} = \frac{8175}{72{,}9 \,.\, 29{,}66} = 3{,}8 \text{ kg/qcm.}$$

Für die Nachberechnung der horizontalen Platte quer zur Rippe kann das Eigengewichtsmoment aus dem vorigen Beispiel auf

$$6800 \cdot \frac{11{,}5}{13} = \sim 6020 \text{ cm/kg}$$

reduziert werden. Bei $s' = 10$ cm resultiert

$$A = \frac{10 \,.\, s}{\sqrt{M}} = \frac{10 \,.\, 10}{\sqrt{6020 + 21800}} = 0{,}6.$$

Der Faktor β folgt dann unter Benutzung der Zahlenwerte auf Seite 30 zu

$$\beta = 0{,}00341 - \frac{0{,}00341 - 0{,}00284}{0{,}6203 - 0{,}5680} \cdot (0{,}6000 - 0{,}5680)$$

$$\beta = 0{,}00306.$$

Für $b' = 100$ cm Länge folgt:

$$f_o = \beta \,.\, s' \,.\, b' = 0{,}00306 \,.\, 10 \,.\, 100 = 3{,}06 \text{ qcm,}$$

Verwendet werden 8 Rundeisen von je 0,7 cm Durchmesser.

4. **Eine Rippendecke überspannt einen Raum von 7 m Lichtweite. Die Rippenentfernung betrage von Mitte zu Mitte $B = 2{,}0$ m, die Rippenbreite 40 cm. Der Beton soll bis 40 kg/qcm, das Eisen bis 1000 kg/qcm beansprucht werden und die Horizontalplattenstärke betrage nur 0,8 der Grösse x_0. Die Lagerung sei derart, dass halbe Einspannung beiderseitig berücksichtigt werden kann und zwar soll das Einspannmoment gleich dem Feldmoment werden. Es ist also $\mu = 16$.**

Für $\varphi = 0{,}8$ ist nach der Tabelle auf Seite 97

$$\mathfrak{A} = 2{,}8800 \text{ und } \mathfrak{B} = 0{,}89600.$$

In der zur Anwendung gelangenden Gleichung 82 ist das Deckeneigengewicht ziemlich genau enthalten und es darf daher auch für die eingespannte Konstruktion der Sicherheitsfaktor $1{,}04^2$ in den Ausdrücken $\mathfrak{N}_1$ und $\mathfrak{M}_1$ in Fortfall kommen; denn das Moment für eingespannte Träger wird aus der Lichtweite ermittelt.

Für $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{40} = 25$ ist $c = \frac{3}{8}$, mithin ergibt sich bei $b = 200$ cm

$$\mathfrak{N}_1 = 24 \cdot \frac{100 \,.\, 0{,}8 \cdot \frac{3}{8} \cdot 2 + 0.8 \,.\, 40}{200 \cdot \frac{3}{8}\left(2{,}88 - \frac{3}{8} \cdot 0{,}896\right)} \cdot \frac{6 \,.\, 7^2}{40 \,.\, 16} = 5{,}316$$

$$\mathfrak{M}_1 = 100 \,.\, 1000 \cdot \frac{2}{200} \cdot \frac{6 \,.\, 7^2}{40 \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(2{,}88 - \frac{3}{8} \cdot 0{,}896\right) \cdot 16}$$

$$\mathfrak{M}_1 = 481{,}52$$

$$h' = \frac{\mathfrak{N}_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{N}_1}{2}\right)^2 + \mathfrak{M}_1} = 2{,}658 + \sqrt{2{,}658^2 + 481{,}52}$$

$$h' = 24{,}8 \text{ cm}$$

$$s = c \,.\, \varphi \,.\, h' = \frac{3}{8} \cdot 0{,}8 \,.\, 24{,}8 = \sim 7{,}5 \text{ cm}$$

$$x_0 = c \,.\, h' = \frac{3}{8} \cdot 24{,}8 = 9{,}3 \text{ cm}$$

$$y = h' - \frac{s}{3} \cdot \frac{3x_0 - 2s}{2x_0 - s} = 24{,}8 - \frac{7{,}5}{3} \cdot \frac{3 \,.\, 9{,}3 - 2 \,.\, 7{,}5}{2 \,.\, 9{,}3 - 7{,}5}$$

$$y = 21{,}90 \text{ cm.}$$

Das Eigengewicht pro m Rippenlänge folgt bei $h = h' + a = 24{,}8 + 2{,}7 = 27{,}5$ zu

$$g = \left(B \cdot \frac{s}{100} + \frac{h - s}{100} \cdot \frac{b_1}{100}\right) \cdot 2400 = \left(\frac{2 \,.\, 7{,}5}{100} + \frac{20 \,.\, 40}{10000}\right) \cdot 2400$$

$$g = 552 \text{ kg}$$

$$M = (552 + 2 \,.\, 1000) \cdot \frac{7^2}{16} \cdot 100 = 781550 \text{ cm/kg.}$$

Aus Gleichung 77 resultiert

$$f_e = \frac{M}{\sigma_e \,.\, y} = \frac{781550}{1000 \,.\, 21{,}90} = \sim 35{,}7 \text{ qcm.}$$

Zur Probe der Richtigkeit soll f_e auch aus Gleichung 74 ermittelt werden und zwar folgt:

$$x_0 (sb + nf_e) = f_e \cdot n \cdot h' + \frac{s^2 b}{2}$$

$$9{,}3(7{,}5 \cdot 200 + 15 \cdot f_e) = f_e \cdot 15 \cdot 24{,}8 + \frac{7{,}5^2 \cdot 200}{2}$$

$$9{,}3 \cdot 7{,}5 \cdot 200 - \frac{7{,}5^2 \cdot 200}{2} = f_e(15 \cdot 24{,}8 - 15 \cdot 9{,}3)$$

$$\frac{7{,}5 \cdot 200}{15} \cdot \frac{9{,}3 - \frac{7{,}5}{2}}{24{,}8 - 9{,}3} = f_e = \sim 35{,}8 \text{ qcm.}$$

Beide Resultate stimmen also recht gut überein.

An den Einspannstellen haben die Momente umgekehrten Drehsinn. Die Druckzone befindet sich dann unten, die Zugzone oben. Die Rundeiseneinlagen können also im Sinne der Fig. 25 nach oben abgebogen werden, sind aber dann noch in den Widerlagsmauern zu verankern. Bei Nichtberücksichtigung der Zugspannungen im Beton kommt demnach an den Einspannstellen nur ein rechteckiger Balkenquerschnitt in Frage, dessen Breite gleich der Rippenbreite ist. Aus Gleichung 20 ergibt sich alsdann

$$h' = A \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} = A \cdot \sqrt{\frac{781550}{40}} = 24{,}8$$

$$A \cdot 139{,}8 = 24{,}8$$

$$A = \frac{24{,}8}{139{,}8} = 0{,}1774.$$

Die Tabelle auf Seite 30 enthält einen so kleinen Wert A nicht. Es folgt daraus, dass an den Einspannstellen ein ausserordentlich grosser Eisenquerschnitt erforderlich wäre, welcher durch Hinzufügen neuer Einlagen zu den aus dem unteren Gurt nach oben geführten erzielt werden müsste. Diese Anordnung würde also nicht wirtschaftlich sein. Wir gehen daher nunmehr von den Querschnitten an den Einspannstellen überhaupt aus, indem wir für sie die Bedingung $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{40} = 25$ festhalten. Mit Rücksicht auf die sich ergebende wesentliche Vergrösserung von h' erhöhen wir das Moment schätzungsweise auf 850 000 cm/kg und erhalten aus Gleichung 20 mit Benutzung der Tabelle Seite 30:

$$h' = A \cdot \sqrt{\frac{M}{b_1}} = 0{,}39 \cdot \sqrt{\frac{850000}{40}} = 56{,}9 \text{ cm}$$

$$f_e = \beta \cdot b_1 \cdot h' = 0{,}00750 \cdot 40 \cdot 56{,}9 = \sim 17{,}1 \text{ qcm.}$$

Aus den errechneten Grössen h' und f_e lässt sich nun mit Benutzung der Gleichung 74 die Grösse x_0 ermitteln und zwar folgt für $s = 0{,}8 \cdot x_0$

$$x_0(0{,}8\,.\,x_0\,.\,b + nf_e) = f_e n\,.\,h' + \frac{(0{,}8\,.\,x_0)^2 b}{2}$$

$$0{,}8\,.\,x_0^2 b + x_0 n f_e = f_e\,.\,n\,.\,h' + 0{,}32\,.\,x_0^2 b$$

$$0{,}48\,.\,x_0^2 b + x_0 n f_e - f_e n h' = o$$

$$x_0^2 + x_0\cdot\frac{n\,.\,f_e}{0{,}48\,.\,b} - h'\cdot\frac{n\,.\,f_e}{0{,}48\,.\,b} = o$$

$$x_0^2 + x_0\cdot\frac{15\,.\,17{,}1}{0{,}48\,.\,200} - 56{,}9\cdot\frac{15\,.\,17{,}1}{0{,}48\,.\,200} = o$$

$$x_0^2 + x_0\,.\,2{,}672 - 152{,}04 = o$$

$$x_0 = -1{,}336 + \sqrt{1{,}336^2 + 152{,}04} = 11 \text{ cm}$$

$$s = 0{,}8\,.\,x_0 = 0{,}8\,.\,11 = \sim 9 \text{ cm.}$$

Bei $h' = 56{,}9$ cm kann h zu rund 60 cm angenommen und das Gewicht pro m Rippenlänge ermittelt werden zu

$$g = \left(2\cdot\frac{9}{100} + \frac{60-9}{100}\cdot\frac{40}{100}\right)\cdot 2400 = \sim 920 \text{ kg.}$$

Das wirkliche Moment resultiert demnach zu

$$(920 + 2\,.\,1000)\cdot\frac{7^2}{16}\cdot 100 = 894250 \text{ cm/kg.}$$

Da sich dasselbe etwas grösser ergeben hat, als vorher schätzungsweise angenommen worden ist, so soll dies durch eine geringe Vergrösserung des Eisenquerschnittes Berücksichtigung finden und zwar werden 6 Rundeisen von je 2 cm Durchmesser gewählt, für welche dann $f_e = 6\,.\,3{,}14 = 18{,}84$ qcm ist.

Die genauen Beanspruchungen, sowie die genaue Lage der Nullinie können nunmehr bestimmt werden und zwar folgt

$$x_0 = \frac{f_e\,.\,n\,.\,h' + \frac{s^2 b}{2}}{sb + nf_e} = \frac{18{,}8\,.\,15\,.\,56{,}9 + \frac{9^2\,.\,200}{2}}{9\,.\,200 + 15\,.\,18{,}8} = 11{,}6 \text{ cm}$$

$$y = h' - \frac{s}{3}\cdot\frac{3\,.\,x_0 - 2\,.\,s}{2x_0 - s} = 56{,}9 - \frac{9}{3}\cdot\frac{34{,}8-18}{23{,}2-9} = \sim 53{,}4 \text{ cm}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\,.\,y} = \frac{894250}{18{,}8\,.\,53{,}4} = 891 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_b = \sigma_e\cdot\frac{x_0}{n(h'-x_0)} = 891\cdot\frac{11{,}6}{15(56{,}9-11{,}6)} = \sim 14 \text{ kg/qcm.}$$

An den Einspannstellen folgt:

$$x_0 = \frac{nf_e}{b_1}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2b_1 h'}{n\,.\,f_e}}\right] = \frac{15\,.\,18{,}8}{40}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,.\,40\,.\,56{,}9}{15\,.\,18{,}8}}\right]$$

$$x_0 = \sim 22 \text{ cm}$$

$$\sigma_b = \frac{2M}{x_0 b_1 \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{2 \,.\, 894250}{22 \,.\, 40 \,.\, \left(56{,}9 - \frac{22}{3}\right)} = 41 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)} = \frac{894250}{18{,}8 \,.\, \left(56{,}9 - \frac{22}{3}\right)} = \sim 960 \text{ kg/qcm}$$

$$V_{max} = (920 + 2 \,.\, 1000) \frac{7}{2} = \sim 10200 \text{ kg}$$

$$\tau_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b_1 h + n f_e} = \frac{10200}{40 \,.\, 60 + 15 \,.\, 18{,}8} = 3{,}8 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau'_{b\,max} = \frac{V_{max}}{b_1 \,.\, y} = \frac{10200}{40 \,.\, 53{,}4} = 4{,}8 \text{ kg/qcm}$$

$$\tau_{h\,max} = \frac{V_{max}}{U \,.\, y} = \frac{10200}{6 \,.\, 2 \,.\, \pi \,.\, 53{,}4} = \frac{10200}{37{,}7 \,.\, 53{,}4}$$

$$\tau_{h\,max} = \sim 5 \text{ kg/qcm.}$$

Für die Armierung der Horizontalplatte wird s' zu 7,5 cm angenommen. Die Bieglänge der freitragend an der Rippe eingespannten Platte beträgt $(200-40)\frac{1}{2} = 80$ cm; mithin

$$M = \left(\frac{9}{100} \cdot 0{,}8 \,.\, 2400 + 1000 \,.\, 0{,}8\right) \cdot \frac{80}{2} = 34820 \text{ cm/kg}$$

$$A = \frac{10 \,.\, s'}{\sqrt{M}} = \frac{75}{186{,}6} = \sim 0{,}402$$

$$\beta = 0{,}00750 - \frac{0{,}00750 - 0{,}00675}{0{,}4102 - 0{,}3900} \cdot (0{,}4020 - 0{,}3900)$$

$$\beta = 0{,}00705.$$

Demnach für $b' = 100$ cm Länge

$$f_0 = \beta \,.\, b' \,.\, s' = 0{,}00705 \,.\, 100 \,.\, 7{,}5 = \sim 5{,}3 \text{ qcm.}$$

---

4. Die Rippendecken mit Armierung der Zug- und Druckzone.

Nach den vorangegangenen Erörterungen bietet nun die Untersuchung und Berechnung einer Rippendecke mit doppelter Armierung keinerlei Schwierigkeiten. Die Bezeichnungsweise der Eiseneinlagen bleibt die gleiche wie für Fig. 47, diejenige des Betonquerschnittes deckt sich mit der für Fig. 31, 69—69 b.

Solange die Nullinie in die Horizontalplatte fällt, weicht der Berechnungsgang von dem der früher besprochenen doppelt armierten glatten Decke nur insofern ab, als für das Moment das Eigengewicht gemäss den für die Rippenkonstruktionen besprochenen Beziehungen einzuführen ist. Bei bekanntem Momente können demnach die Gleichungen 56—63 ohne weiteres auch für die Rippendecke mit doppelter Armierung angewandt werden, solange eben die Nullinie noch nicht unterhalb der Horizontalplattenunterkante liegt. Nicht anwendbar aber ist die Gleichung 64 zur Bestimmung von h', weil in ihr das Eigengewicht der vollen Platte und zwar als Funktion von h' enthalten ist, während es für die Rippendecke eine Funktion von B, b_1, h' und s sein muss. Gemäss den Ableitungen im vorigen Kapitel ist bei der Rippendecke zu setzen:

$$M = 24 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, h' \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q \,.\, B \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100$$

Oder auch, wenn die Grössen s und b_1 von vornherein angenommen werden:

$$M = \left(24 \,.\, B \,.\, s + 24 \cdot \frac{0{,}8 \,.\, b_1 \,.\, h'}{100}\right) \cdot \frac{1{,}04^2 L_1^2}{\mu} \cdot 100 + q \,.\, B \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} \cdot 100$$

Unter Benutzung der Gleichung 63 und der für M ermittelten Grössen lässt sich alsdann eine Dimensionierungsformel aufstellen. Es ist mit Benutzung des ersteren Momentenausdruckes:

$$\sigma_B = \sigma_b(1 + \xi) = \frac{6\left[2400 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, h' \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} + 100 \,.\, q \,.\, B \, \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu}\right]}{x_0 b(3h' - x_0)}$$

$$\sigma_b = \frac{6\left[2400 \,.\, B \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, h' \cdot \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu} + 100 \,.\, q \,.\, B \, \frac{1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\mu}\right]}{(1 + \xi) \,.\, h'^2 \,.\, c \,.\, b(3 - c)}$$

$$h'^2 - h' \cdot \frac{2400 . B . \gamma . c \,.\, 6 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\sigma_b(1 + \xi) \,.\, c \,.\, b \,.\, (3 - c) \,.\, \mu} - \frac{100 \,.\, q \,.\, B \,.\, 6 \,.\, 1{,}04^2 \,.\, L_1^2}{\sigma_b \,.\, (1 + \xi) c \,.\, b(3 - c)\mu} = 0.$$

Nun ist $\frac{1{,}04^2}{\sigma_b \,.\, c \,.\, (3 - c)} = K$ und $1200 \,.\, \gamma \,.\, c \,.\, K \cdot \frac{6}{\mu} = G$, so dass die Gleichung übergeht in

$$h'^2 - h' \cdot \frac{2 \,.\, G}{1 + \xi} \cdot \frac{B}{b} \cdot L_1^2 - 100 \,.\, q \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{K}{1 + \xi} \cdot \frac{6}{\mu} \cdot L_1^2$$

$$83) \quad . \quad . \; \mathbf{h'} = \mathbf{L_1^2}\left[\frac{\mathbf{G}}{\mathbf{1} + \xi} \cdot \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{b}} + \sqrt{\left(\frac{\mathbf{G}}{\mathbf{1} + \xi} \cdot \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{b}}\right)^2 + \mathbf{100} \,.\, \mathbf{q} \cdot \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{b}} \cdot \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{1} + \xi} \cdot \frac{\mathbf{6}}{\mu} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{L_1^2}}}\right]$$

Die Formel 83 hat natürlich keine Geltung mehr, wenn die Nullinie durch den vertikalen Steg geht. Auch die Gleichungen 56—63 sind dann nicht mehr anwendbar. Unter Hinweis auf den früher gewonnenen Satz, nach welchem die Nullinie zusammenfällt mit der Schwerlinie der die inneren Spannungen aufnehmen-

den Querschnittsteile, und mit Bezug auf die Bezeichnungen in Fig. 77 gilt dann zur Bestimmung von x_o die für N—N aufgestellte Gleichgewichtsbedingung:

Fig. 77.

$$b\,.\,s\left(x_o-\frac{s}{2}\right)+nf_e'(x_o-a')=nf_e(h'-x_o)$$

$$b\,.\,s\,.\,x_o-\frac{bs^2}{2}+nf_e'x_o-nf_e'\,.\,a'=nf_eh'-nf_ex_o$$

$$x_o(bs+nf_e'+nf_e)=nf_eh'+nf_e'a'+\frac{bs^2}{2}$$

84) . . . . $$x_o=\frac{n(f_e\,.\,h'+f_e'\,.\,a')+\frac{bs^2}{2}}{bs+n(f_e'+f_e)}$$

Denkt man sich das Betonspannungstrapez entsprechend der Fig. 71 in zwei Dreiecke zerlegt, so kann man die Lage des Mittelpunktes aller in der Druckzone wirkenden Kräfte durch Aufstellen der Gleichgewichtsbedingung in bezug auf die oberste Plattenkante wie folgt ermitteln:

$$D\,.\left(\frac{s}{3}+z\right)=\sigma_b\frac{bs}{2}\cdot\frac{s}{3}+\sigma_{bs}\cdot\frac{bs}{2}\cdot\frac{2}{3}+f_e'\,.\,\sigma_e'\,.\,a' \quad ^{1)}$$

$$\frac{s}{3}+z=\frac{\sigma_b\cdot\frac{bs^2}{6}+\sigma_{bs}\cdot\frac{bs^2}{3}+f_e'\,.\,\sigma_e'\,.\,a'}{D}$$

$$D=D_b+D_e'=(\sigma_b+\sigma_{bs})\frac{1}{2}\cdot bs+f_e'\sigma_e'$$

$$\sigma_{bs}=\sigma_b\cdot\frac{x_o-s}{x_o}$$

$$\sigma_e'=\sigma_b\,.\,n\cdot\frac{x_o-a'}{x_o}$$

1) Die Grösse z ist hier nicht allein durch das Betonspannungstrapez bestimmt, sondern auch noch durch den Druckarmierungsquerschnitt.

$$\frac{s}{3} + z = \frac{\sigma_b \frac{bs^2}{6} + \sigma_b \cdot \frac{x_0 - s}{x_0} \cdot \frac{bs^2}{3} + \sigma_b \cdot n \frac{x_0 - a'}{x_0} \cdot f'_e \cdot a'}{\left(\sigma_b + \sigma_b \cdot \frac{x_0 - s}{x_0}\right) \cdot \frac{bs}{2} + \sigma_b n \cdot \frac{x_0 - a'}{x_0} \cdot f'_e}$$

$$\frac{s}{3} + z = \frac{\frac{s^2}{6} + \frac{(x_0 - s) \cdot s^2}{3x_0} + n \cdot \frac{x_0 - a'}{x_0 \cdot b} \cdot f_e' a'}{\left(1 + \frac{x_0 - s}{x_0}\right) \frac{s}{2} + n \cdot \frac{x_0 - a'}{x_0 b} \cdot f_e'}$$

$$\frac{s}{3} + z = \frac{s^2 \cdot x_0 + 2(x_0 - s)s^2 + 6n(x_0 - a') \cdot \frac{f_e' a'}{b}}{3\left[(2x_0 - s)s + 2n(x_0 - a') \cdot \frac{f_e'}{b}\right]}.$$

Der in Fig. 71 mit y bezeichnete Abstand der Druckresultierenden von der Zugresultierenden ergibt sich somit zu

$$85) \ldots y = h' - \left(\frac{s}{3} + z\right) = h' - \frac{s^2 x_0 + 2 \cdot (x_0 - s)s^2 + 6n(x_b - a') \frac{f_e' a'}{b}}{3\left[(2x_0 - s)s + 2n(x_0 - a') \frac{f_e'}{b}\right]}.$$

Es gilt dann die der Gleichung 77 analoge Beziehung:

$$86) \ldots\ldots \sigma_e = \frac{M}{f_e \cdot y} = \frac{1}{f_e} \cdot \frac{M}{h' - \frac{s^2 x_0 + 2(x_0 - s)s^2 + 6n(x_0 - a') \frac{f_e' a'}{b}}{3\left[(2x_0 - s)s + 2n(x_0 - a') \frac{f_e'}{b}\right]}}$$

und ferner die unveränderte Gleichung 78: $\sigma_b = \sigma_e \cdot \frac{x_0}{n(h' - x_0)}$.

Berechnungsbeispiel.

Es ist eine Deckenkonstruktion zu berechnen, welche einen lichten Raum von 8 m überspannt. Die Rippenentfernung von Mitte zu Mitte betrage 2,2 m, die Rippenbreite 45 cm. Als Fussbodenbelag werde ein Asphaltestrich gewählt, welcher bei 2 cm Stärke das Eigengewicht um rund 30 kg pro qm erhöhe. Die Decke sei beiderseits fest eingespannt, erleide eine Nutzlast von 1000 kg pro qm und werde in Zug- und Druckzone armiert.

Es sollen folgende Annahmen gemacht werden:

In der Deckenmitte sei $f_e = f_e'$, $s = x_0$ und $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{20} = 50$. Hierfür ist gemäss Tabelle auf Seite 30: $c = \frac{3}{13}$.

Da nun $f_e = \beta . b . h' = f_e' = \lambda . b . h'$ sein soll, so folgt $\beta = \lambda$ und aus Gleichung 58:

$$o = \frac{c}{2} + \lambda . n \cdot \left(\frac{10c-1}{10 . c} - \frac{1-c}{c}\right) = \frac{c}{2} + \lambda . n \cdot \frac{20 . c - 11}{10c}$$

$$o = \frac{3}{2 . 13} + \lambda . 15 \cdot \frac{20 . 3 - 11 . 13}{10 . 3} = \frac{3}{26} - \lambda . 15 \cdot \frac{83}{30}$$

$$\lambda = \frac{6}{26 . 83} = 0{,}00278.$$

Nach Gleichung 62 ist $\lambda = R . \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$; da in der Tabelle Seite 71 die Werte R nur bis zu dem Beanspruchungsverhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{27{,}5}$ angegeben sind, so ist in dem vorliegenden Falle die Grösse R aus der Gleichung

$$R = \frac{c}{2} \cdot \frac{10 . c}{n(10 . c - 1)} \cdot \frac{30 - 10 . c}{27}$$

zu berechnen. Es ergibt sich

$$R = \frac{3}{2 . 13} \cdot \frac{\frac{10 . 3}{13}}{15\left(\frac{10 . 3}{13} - 1\right)} \cdot \frac{30 - \frac{10 . 3}{13}}{27} = 0{,}01392$$

$$\frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} = \frac{\lambda}{R} = \frac{0{,}00278}{0{,}01393} = 0{,}2 = \xi.$$

Für die weitere Berechnung kann nun Gleichung 83 benutzt werden. Der Wert G ist aus Tabelle auf Seite 86—87 zu entnehmen. Da die niedrige Betonbeanspruchung auf eine grosse Rippenhöhe schliessen lässt, so wird γ nahe der oberen Grenze und zwar zu 1,9 angenommen. Bei vollkommener Einspannung hat das Moment in der Balkenmitte den Wert $\frac{(g+q')L_1^2}{24}$. Es folgt also für $\mu = 24$, $\gamma = 1{,}9$ und $c = \frac{3}{13}$

$$G = 11{,}1334.$$

In diesem Wert G ist die Grösse $K = \frac{1{,}04^2}{\sigma_b . c . (3-c)}$ enthalten. Da wir nun bei eingespannten Balken nur die Lichtweite L_1 zur Momentenbestimmung benutzen, nicht aber die für frei gelagerte Balken in Betracht kommende 1,04 fache Lichtweite, so ist es korrekter, an Stelle der Grösse $G = 11{,}1334$ die Grösse $G \cdot \frac{1}{1{,}04^2} = \frac{G}{1{,}08} = 10{,}3087$ zu setzen. Der in Gleichung 83 ferner noch enthaltene und aus

Tabelle Seite 35 zu entnehmende Wert $K \cdot \frac{6}{\mu} = 0{,}02116$ ist aus dem gleichen Grunde auf

$$\frac{0{,}02116}{1{,}04^2} = 0{,}0196$$

zu reduzieren, so dass die Gleichung 83 für vorliegenden Fall die Form annimmt:

$$h' = L_1^2 \cdot \left[\frac{10{,}3087}{1+\varepsilon} \cdot \frac{B}{b} + \sqrt{\left(\frac{10{,}3087}{1+\varepsilon} \cdot \frac{B}{b}\right)^2 + 100 \, . \, q \cdot \frac{B}{b} \cdot \frac{0{,}0196}{(1+\varepsilon) \, . \, L_1^2}}\right]$$

Da $B < \frac{L_1}{3}$, so ist $\frac{B}{b} = \frac{2{,}2}{220} = \frac{1}{100}$.

Zu der Nutzlast addieren wir noch das Gewicht des Asphaltestrichs, so dass $q = 1030$ kg/qm zu setzen ist. ε ist zu 0,2 ermittelt worden.

$$h' = 8^2 \left[\frac{10{,}3087}{(1+0{,}2) \, . \, 100} + \sqrt{\left(\frac{10{,}3087}{1{,}2 \, . \, 100}\right)^2 + 1030 \cdot \frac{0{,}0196}{1{,}2 \, . \, 8^2}}\right]$$

$$h' = 64 \, . \, [0{,}0859 + \sqrt{0{,}0859^2 + 0{,}2658}] = 64 \, . \, 0{,}609$$

$$h' = \sim 39 \text{ cm.}$$

Nun ergibt sich

$$f_e = \beta \, . \, b \, . \, h' = 0{,}00278 \, . \, 220 \, . \, 39 = \sim 23{,}9 \text{ qcm.}$$

Es werden 8 Rundeisen von je 2 cm Durchmesser mit insgesamt $8 \cdot \frac{2^2 . \pi}{4} = \sim 25$ qcm Querschnitt verwendet. Die Grössen a und a' können einander gleich gross zu 3 cm angenommen werden. Die der gestellten Bedingung gemäss sich zu $\frac{3}{13} \cdot h' = \frac{3}{13} \cdot 39 = 9$ cm ergebende Plattenstärke s soll für die Ausführung auf 10 cm erhöht werden, um die Querarmierung nicht zu reichlich zu erhalten und weil auch eine Stärke von 9 cm sehr gering ist. Da ferner das Einspannmoment die doppelte Grösse des Feldmomentes hat, so soll die Rippenhöhe nach den Auflagern hin vergrössert werden und zwar soll an den Auflagern $h' = 55$ cm gemacht werden. Führt man für die Eigengewichtsbestimmung den Mittelwert $h' = 47$ cm ein, so ergibt sich

$$g = \left(2{,}2 \cdot \frac{10}{100} + \frac{45}{100} \cdot \frac{37}{100}\right) \cdot 2400 = \sim 930 \text{ kg pro m}$$

$$q' = 1030 \, . \, 2{,}2 = \sim 2270 \text{ kg pro m.}$$

Das Moment in der Deckenmitte hat also die Grösse:

$$M_1 = \frac{(2270 + 930) \, . \, 8^2}{24} \cdot 100 = 853333 \text{ cm/kg.}$$

Die genaue Grösse x_0 unter Zugrundelegung des Wertes $f_e = 25$ qcm ergibt sich aus Gleichung 56 zu

$$x_0 = \frac{15}{220} \cdot (25 + 25)\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 220(25 \,.\, 39 + 25 \,.\, 3)}{15(25 + 25)^2}}\right]$$

$$x_0 = 3{,}41 \,.\, \sqrt{1 + 12{,}32} - 3{,}41 = \sim 9 \text{ cm.}$$

Die Grösse x_0 kann also unverändert beibehalten werden.
Aus Gleichung 57 a ergibt sich

$$\sigma_b = \frac{853333 \,.\, 9}{\frac{9^3 \,.\, 220}{3} + 15 \,.\, 25(9-3)^2 + 15 \,.\, 25(39-9)^2}$$

$$\sigma_b = \sim 19 \text{ kg pro qcm}$$

$$\sigma_e = 15 \,.\, 19 \cdot \frac{39-9}{9} = \sim 950 \text{ kg pro qcm.}$$

An den Einspannstellen hat das Einspannmoment die Grösse

$$M_2 = 2 \,.\, M_1 = 1706666 \text{ cm/kg}$$

und treten die Zugspannungen in der oberen Zone, die Druckspannungen aber in der unteren Zone auf. Als Breite kommt demnach nur noch die Stegbreite $b_1 = 45$ cm in Betracht. Diese geringe Breite erfordert natürlich einen möglichst grossen Wert x_0 und dieser kann durch reichliche Eiseneinlagen in der Zugzone erzielt werden. Behält man also die untere Armierung (nunmehr Druckarmierung) bei, verdoppelt aber die oberen, nun als Zugarmierung wirkenden Eiseneinlagen, so ergibt sich aus Gleichung 56 unter Beachtung, dass jetzt $f_e = 2 \,.\, 25 =$ 50 qcm und $f_e' = 25$ qcm zu setzen ist[1]):

$$x_0 = \frac{15}{45}(25 + 2 \,.\, 25)\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \,.\, 45(50 \,.\, 55 + 25 \,.\, 3)}{15 \,.\, (25 + 2 \,.\, 25)^2}}\right]$$

$$x_0 = 25 \,.\, \left[-1 + \sqrt{1 + 3}\right] = \sim 25 \text{ cm.}$$

Nach Gleichung 57 a ergibt sich alsdann

$$\sigma_b = \frac{1706666 \,.\, 25}{\frac{25^3 \,.\, 45}{3} + 15 \,.\, 25\; 22^2 + 15 \,.\, 50 \,.\, 30^2} = \sim 39 \text{ kg/qcm}$$

$$\sigma_e = 15 \,.\, 39 \cdot \frac{55-25}{25} = \sim 700 \text{ kg/qcm.}$$

1) Die Bezeichnungen von f_e und f_e' sind vertauscht, da f_e immer den Zugarmierungsquerschnitt, f_e' den Druckarmierungsquerschnitt bezeichnet.

Die grösste Auflagerkraft beträgt

$$V_{max} = (2270 + 930) \cdot \frac{8}{2} = 12\,800 \text{ kg}$$

und somit ist

$$\tau_{b\,max} = \frac{12800}{45 . 55 . + 15 . 25 + 15 . 50} = 3{,}6 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung 70 resultiert ferner

$$\tau'_{b\,max} = \frac{12800}{1706666} \cdot \frac{700 . 50}{45} = 5{,}8 \text{ kg/qcm.}$$

Es würde demnach eine Scherarmierung zweckmässig sein, auf welche in einem folgenden Kapitel weiter eingegangen wird. Aus Gleichung 73 folgt:

$$\tau_{h\,max} = \frac{12800}{1706666} \cdot \frac{700 . 50}{16 . 2 . \pi} = \frac{12800}{1706666} \cdot \frac{35000}{101{,}5}$$

$$\tau_{h\,max} = 2{,}6 \text{ kg pro qcm Umfang.}$$

Zur Berechnung der Querarmierung wird eine Freilänge von

$$\frac{220}{2} - \frac{45}{2} = 87{,}0 \text{ cm}$$

berücksichtigt.

Eigengewichtsmoment:

$$0{,}1 . 2400 . 0{,}875 \cdot \frac{87{,}5}{2} = 9190 \text{ cm/kg.}$$

Nutzlastmoment:

$$1030 . 0{,}875 \cdot \frac{87{,}5}{2} = \sim 39420 \text{ cm/kg.}$$

Die Grösse s' kann zu 8,5 cm angenommen werden. Es ist dann

$$A = \frac{10 . s'}{\sqrt{M}} = \frac{85}{\sqrt{48610}} = 0{,}386.$$

Dem entspricht laut Tabelle Seite 30 ein β von rund 0,008 und mithin ist

$$f_o = \beta . b . s'$$

wobei für b die Länge 100 cm gesetzt werden kann. Also

$$f_o = 0{,}008 \cdot 100 \cdot 8{,}5 = 6{,}8 \text{ qcm.}$$

Man könnte 14 Rundeisen von je 0,8 cm Durchmesser auf 1 m Länge verwenden. Fig. 78, 78 a und 78 b zeigen die Querschnitte und Längsansicht.

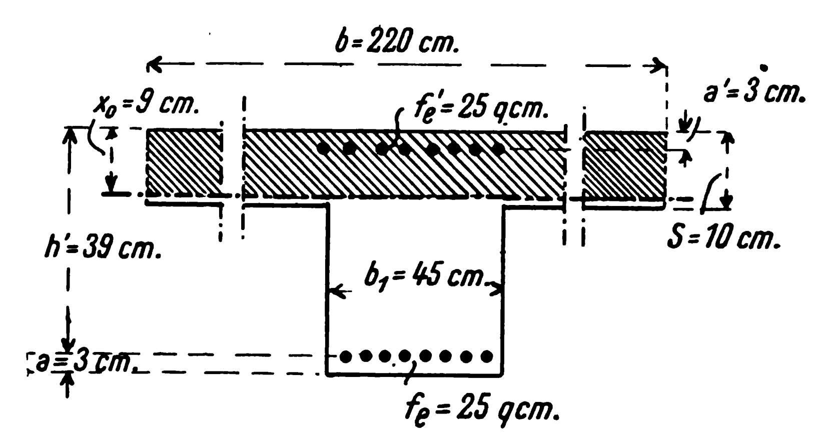


Fig. 78.

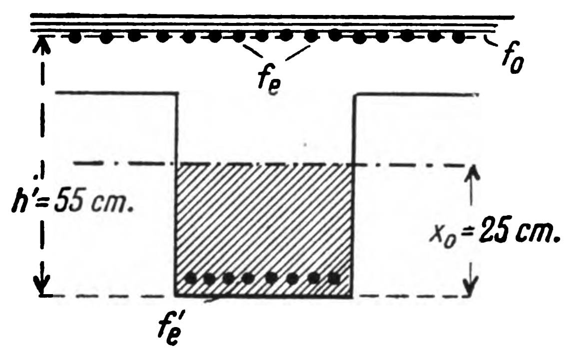


Fig. 78 a.

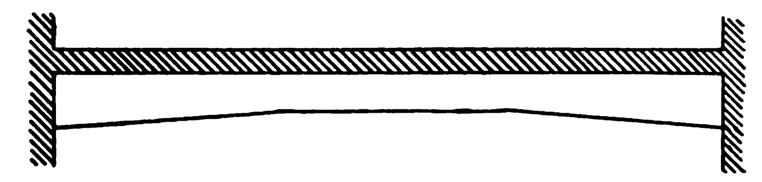


Fig. 78 b.

5. Die Betonkonstruktion mit einbetoniertem grösserem Walzprofil.

Fig. 79 zeigt einen Fall, bei welchem die Eiseneinlage in Form eines grösseren Walzeisenprofils gegeben ist. Zur Berechnung dieses kombinierten Querschnittes gehen wir zunächst von dem bekannten Resultate aus, dass die Nullinie zusammenfällt mit der Schwerlinie des als tragend anzusehenden Querschnittes, wobei die Eisenfläche mit dem 15fachen ihres Wertes einzuführen ist. Da von den in Frage kommenden Walzprofilen die Querschnittsgrössen und Schwerpunktslagen zumeist in Tabellen gegeben sind[1]), so gestaltet sich die Nullinienbestimmung sehr einfach. Bezeichnet man den Schwerpunktsabstand des Walzprofiles von der äussersten gezogenen Eisenfaser mit e, so ergibt sich der Schwerpunktsabstand k dieses selben Schwerpunktes von der Nullinie zu $k = h' - x_0 - e$

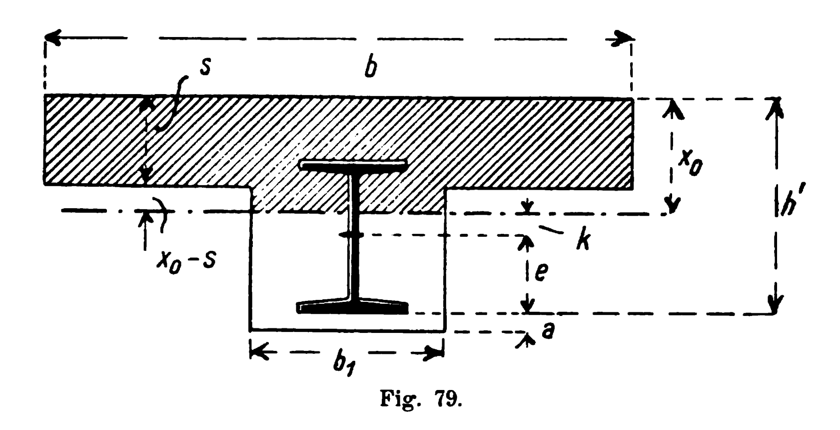


Fig. 79.

Wird ferner der Walzprofilquerschnitt mit F_e in die Berechnung geführt, so gilt unter Hinweis auf die übrigen in Fig. 79 angegebenen Bezeichnungen die Gleichgewichtsbedingung:

$$\frac{b \cdot x_0^2}{2} - (b - b_1) \cdot \frac{(x_0 - s)^2}{2} = n \cdot F_e \cdot k$$

$$\frac{b \cdot x_0^2}{2} - (b - b_1) \cdot \frac{x_0^2}{2} + (b - b_1) x_0 s - (b - b_1)\frac{s^2}{2} - n \cdot F_e \cdot (h' - x_0 - e) = o$$

$$\frac{x_0^2 b_1}{2} + x_0[(b - b_1)s + nF_e] - (b - b_1)\frac{s^2}{2} - n \cdot F_e \cdot (h' - e) = o$$

$$x_0^2 + x_0 \cdot \frac{2[(b - b_1)s + n \cdot F_e]}{b_1} - \frac{(b - b_1)s^2}{b_1} - \frac{2nF_e(h' - e)}{b_1} = o$$

$$87) \ldots x_0 = -\frac{(b - b_1)s + n \cdot F_e}{b_1} + \sqrt{\left[\frac{(b - b_1)s + n \cdot F_e}{b_1}\right]^2 + \frac{(b - b_1) \cdot s^2}{b_1} + \frac{2nF_e(h' - e)}{b_1}}.$$

---

1) Hütte, Ingenieurkalender.

Bezeichnet man nun mit J_e das äquatoriale Trägheitsmoment des Eisenquerschnittes, so ergibt sich das Trägheitsmoment des kombinierten Querschnittes zu:

$$Jn = \frac{b \cdot x_0^3}{3} - (b - b_1) \cdot \frac{(x_0 - s)^3}{3} + n \cdot J_e + n \cdot F_e \cdot k^2.$$

Es kommt dann zur Berechnung für σ_b die Gleichung 29 in Betracht, während die Eisenbeanspruchung σ_e nach Gleichung 31 ermittelt werden.

Wenn bei derartigen Konstruktionen das Walzeisenprofil in die Betondruckzone hineinreicht, so ist der Zusammenhang des Tragkörpers ein sehr guter und es ist ohne weiteres einleuchtend, dass alle Schubkräfte in wirksamster Weise durch das Profil aufgenommen werden. Es erscheint daher der Nachweis der Festigkeit gegenüber der Schubwirkung überflüssig.

---

6. Die Berechnung der Scherarmierung.

Die Berechnung der Bügel- oder Scherarmierung erfolgt von verschiedenen Gesichtspunkten aus. Häufig nimmt man den Beton in der Nullinie abgeschert an, so dass also die gesamte Scherkraft von den Bügeln, oder der sonstigen Scherarmierung aufgenommen werden muss. Bei den glatten Decken bleibt die Scher- oder Schubspannung, wie die Beispiele auch zeigten, fast stets weit unter der zulässigen Höchstgrenze, so dass für die Konstruktionen Bügel überhaupt nicht nötig wären. Ordnet man aber dennoch solche Scherarmierungen an, so kann man sich bezüglich der Feststellung der Zahl der Bügel usw. nach dem Gefühl, resp. nach der Höhe der vorhandenen Betonscherbeanspruchung richten. Anders wird es für die Rippendecken. Bei diesen Konstruktionen erreicht die Scherspannung im Beton sehr häufig angenähert die zulässige Grenze oder überschreitet dieselbe noch wesentlich. Da ist es nun nötig, durch Berechnung der Bügel einen Anhalt über die Festigkeitssicherheit zu erhalten. Nimmt man den Beton, wie oben erwähnt, als gerissen an und weist die ganze Scherkraft den Bügeln zu, so ist natürlich die erzielte Sicherheit eine grosse. Für diesen Fall könnte man folgenden Berechnungsgang einschlagen, der die Annahme einer pro Längeneinheit gleichmässig verteilten Belastung zur Grundlage hat.

Fig. 80 zeigt das Querkraftsdiagramm, aus welchem nach der Formel

$$\tau_b' = \frac{V}{b_1 \cdot y} \quad ^{1)}$$

ganz allgemein an der Stelle der Querkraft V die entsprechende Schubkraft τ_b' ermittelt werden kann, wobei y den Abstand der resultierenden Kraft in der Druckzone des Querschnittes von der Resultierenden der Zugkräfte darstellt.

---

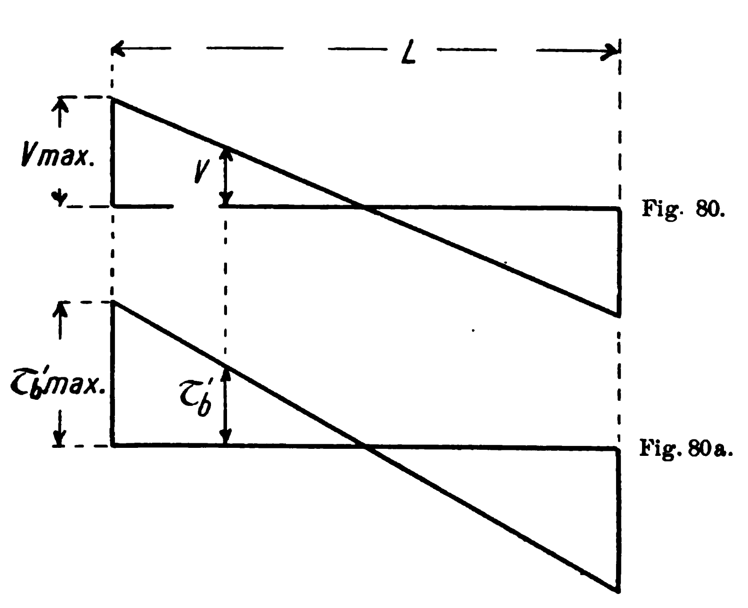
1) Für die glatte Decke würde natürlich die Formel lauten: $\tau'b = \frac{V}{b \cdot y}$.

Nimmt man den Drehpunkt zur Bestimmung der Querschnittsmomente in der Druckresultante an, so ist bekanntlich

$$M = f_e \cdot \sigma_e \cdot y$$

und mithin

$$y = \frac{M}{f_e \cdot \sigma_e}.$$



Aus den für x_0 aufgestellten Gleichungen, und zwar aus Gleichung 9 für die einfach armierte glatte Decke, aus Gleichung 56 für die doppelt armierte glatte Decke, aus Gleichung 74 für die einfach armierte Rippendecke und aus Gleichung 84 für die doppelt armierte Rippendecke, wie überhaupt aus allen für x_0 geltenden Ableitungen geht hervor, dass diese Grösse nur von den Querschnittsdimensionen, nicht aber von den Beanspruchungen abhängig ist [1]). Aus der für die einfach armierte glatte Decke geltenden Beziehung 12

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)}$$

ergibt sich demnach, dass das Verhältnis

$$\frac{M}{\sigma_e} = f_e\left(h' - \frac{x_0}{3}\right)$$

solange konstant ist, als f_e und h' unverändert bleiben. Aus den Gleichungen 77 und 86 geht hervor, dass diese Behauptung auf andere Deckenarten erweitert werden kann. Man kann sie als allgemein gültig ansehen, so dass sich nun die Grösse

$$y = \frac{1}{f_e} \cdot \frac{M}{\sigma_e}$$

1) Nach neueren und genaueren Untersuchungen ist dies allerdings unrichtig, doch müssen wir zunächst noch mit der alten Behauptung weiter arbeiten.

als für alle Querschnitte einer Decke konstant herausstellt. Aus der Gleichung $\tau_b' = \frac{V}{b_1 \cdot y}$ ergibt sich also, dass die Veränderungen von τ_b' proportional den Querkräften erfolgen, und dass Fig. 80a das Bild der Scherspannungen gibt. Man kann sich nun die Scherspannungsfläche durch mehrere vertikale Parallelschnitte gemäss Fig. 81 in Flächenstreifen zerlegt denken und den Inhalt dieser Streifen ausrechnen. Ein jeder Streifen, mit b_1 multipliziert, stellt dann die Kraft dar, welche von den in der Schwerpunktsvertikalebene des Streifens anzuordnenden Bügelquerschnitten aufzunehmen ist.

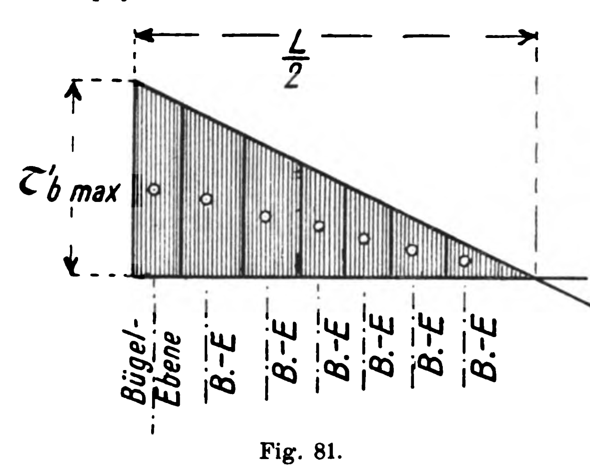


Fig. 81.

Haben alle zur Verwendung gelangenden Bügel usw. gleiche Querschnitte, so ergibt sich die gegenseitige Entfernung der Armierungseisen in der Längsrichtung aus der Bedingung, dass die einzelnen Parallelstreifen der Fig. 81 flächeninhaltsgleich sein müssen. Unter Hinweis auf die Fig. 82 ergibt sich die gesamte von der Scherarmierung einer Trägerhälfte zu übernehmende Schubkraft zu

$$b_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \tau_b'{}_{max} \cdot \frac{100 \, . \, L}{2} = b_1 \cdot \frac{\tau_b'{}_{max} \, . \, L}{4} \cdot 100 \quad ^{1)}.$$

Wird der auf die Breite b_1 entfallende Bügelquerschnitt mit f_b bezeichnet, die zulässige Scherbeanspruchung des Eisens mit τ_e und die Zahl der erforderlichen Bügelquerschnitte f_b mit z_b, so muss natürlich die Beziehung gelten

$$z_b \, . \, f_b \, . \, \tau_e = b_1 \cdot \frac{L \, . \, \tau_b'{}_{max}}{4} \cdot 100,$$

mithin

$$88) \quad \ldots\ldots\ldots \quad z_b = \frac{100 \, . \, b_1 \, . \, L}{4 \, . \, f_b \, . \, \tau_e} \cdot \tau_b'{}_{max}.$$

In welcher Weise nun die Bügelverteilung vorzunehmen ist, soll nachstehend erläutert werden. Ein jeder der in Fig. 82 angedeuteten Schubspannungsflächenstreifen muss die Grösse haben

$$\frac{1}{z_b} \cdot \frac{L \, . \, \tau_b'{}_{max}}{4} \cdot 100.$$

---

1) Die in Metern eingeführte Länge $\frac{L}{2}$ ist mit 100 zu multiplizieren, weil $\tau_b'{}_{max}$ in kg/qcm und b_1 in cm ausgedrückt sind.

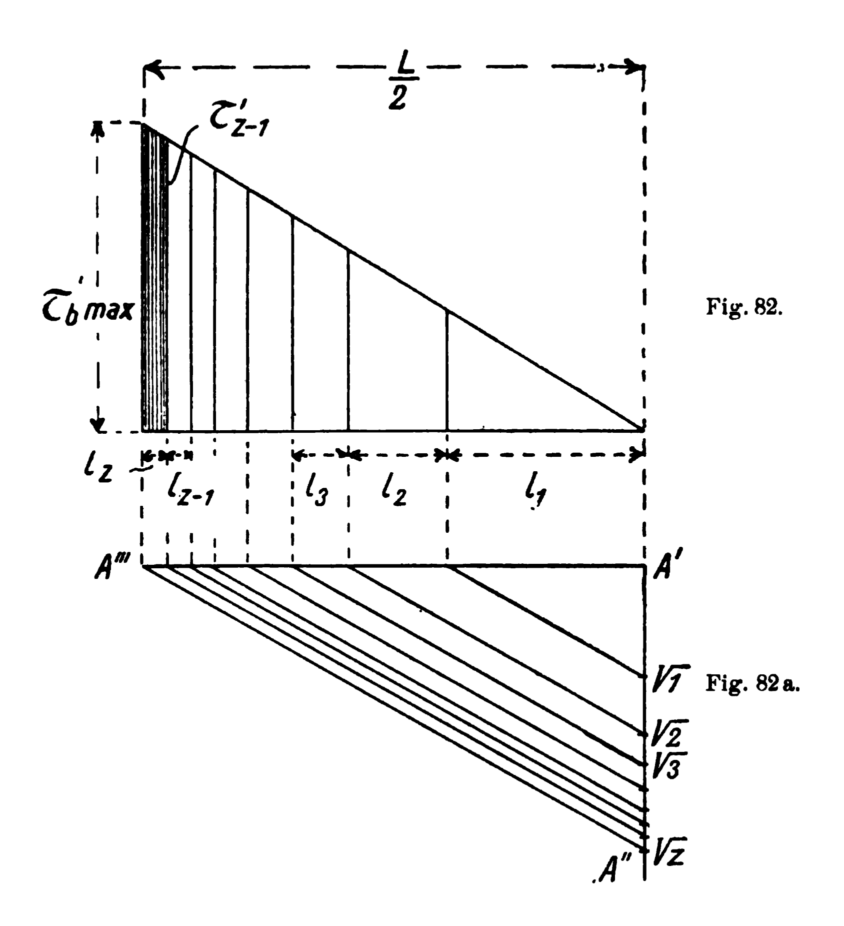


Fig. 82.

Fig. 82a.

Der in Fig. 82 schraffierte Flächenstreifen von der Breite l_z in m ergibt sich aber auch in der Grösse

$$l_z \cdot \frac{\tau_b{}'_{max} + \tau'_{z-1}}{2} \cdot 100$$

und hierin kann gesetzt werden

$$\tau'_{z-1} = \tau_b{}'_{max} - \frac{\tau_b{}'_{max}}{L} \cdot 2 \cdot l_z = \left(1 - \frac{2 l_z}{L}\right) \cdot \tau_b{}'_{max}.$$

Mithin

$$l_z \cdot \frac{\tau_b{}'_{max} + \tau'_{z-1}}{2} \cdot 100 = l_z \cdot \frac{1 + 1 - \frac{2 \cdot l_z}{L}}{2} \cdot \tau_b{}'_{max} \cdot 100 = l_z \cdot \frac{L - l_z}{L} \cdot \tau_b{}'_{max} \cdot 100.$$

Durch Gleichsetzen der beiden für den Streifeninhalt ermittelten Ausdrücke resultiert

$$\frac{100 \cdot L \cdot \tau_b'_{max}}{z_b \cdot 4} = l_z \frac{L - l_z}{L} \cdot \tau_b'_{max} \cdot 100$$

$$\frac{L^2}{4 z_b} = l_z \cdot (L - l_z)$$

$$\frac{L^2}{4 z_b} = l_z \cdot L - l_z^2$$

$$l_z^2 - l_z \cdot L + \frac{L^2}{4 \cdot z_b} = 0$$

$$l_z = \frac{L}{2} \pm \sqrt{\frac{L^2}{4} - \frac{L^2}{4 \cdot z_b}}.$$

Die Entfernung $\frac{L}{2} - l_z$ des Streifens von der Trägermitte beträgt demnach

$$\frac{L}{2} - l_z = \sqrt{\frac{L^2}{4} - \frac{L^2}{4 \cdot z_b}} = \frac{L}{2} \cdot \sqrt{\frac{z_b - 1}{z_b}} = \frac{L}{2} \cdot \frac{\sqrt{z_b - 1}}{\sqrt{z_b}}$$

In gleicher Weise findet man weiter

$$\left(\frac{L}{2} - l_z\right) - l_{z-1} = \frac{L}{2} \cdot \frac{\sqrt{z_b - 1}}{\sqrt{z_b}} \cdot \frac{\sqrt{z_b - 2}}{\sqrt{z_b - 1}} = \frac{L}{2} \cdot \frac{\sqrt{z_b - 2}}{\sqrt{z_b}}.$$

In dieser Form drückt sich das Wurzelgesetz aus und die Einteilung der halben Trägerlänge kann dadurch erfolgen, dass man, wie in Fig. 82a gezeichnet, in der Trägermitte die Werte $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ .... $\sqrt{z_b - 1}$, $\sqrt{z_b}$ aufträgt, den Endpunkt A'' mit dem Auflagerpunkt A''' verbindet und zu dieser Verbindungslinie durch die Endpunkte der aufgetragenen Wurzelwerte Parallelen zieht.

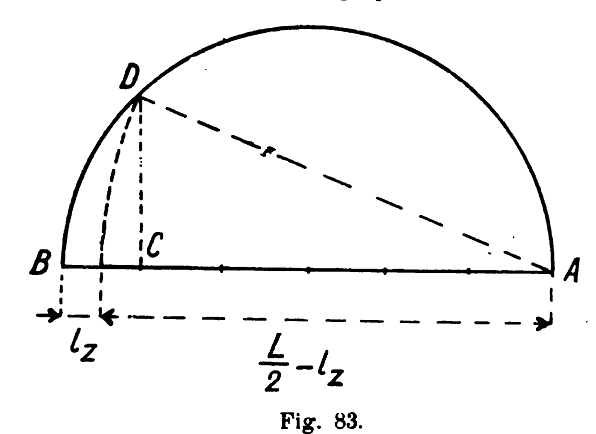


Fig. 83.

Eine zweite graphische Lösung kann man in der durch Fig. 83 angedeuteten Art erhalten. Man schlägt über $\frac{L}{2}$ als Durchmesser einen Halbkreis und teilt $\frac{L}{2}$ in z_b gleiche Teile ein. Stellt BC einen solchen Teil von der Grösse $\frac{L}{2 \cdot z_b}$ dar, so ist

$$AC = \frac{L}{2} - \frac{L}{2 z_b} = \frac{L}{2}\left(1 - \frac{1}{z_b}\right) = \frac{L}{2}\left(\frac{z_b - 1}{z_b}\right)$$

Nach den Lehren der Geometrie ist

$$\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2$$

und
$$\overline{CD}^2 = AC \cdot BC = \frac{L}{2}\left(\frac{z_b-1}{z_b}\right) \cdot \frac{L}{2 \cdot z_b}$$

$$\overline{CD}^2 = \frac{L^2}{4} \cdot \frac{z_b-1}{z_b^2}$$

$$\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \frac{L^2}{4} \cdot \frac{(z_b-1)^2}{z_b^2} + \frac{L^2}{4} \cdot \frac{z_b-1}{z_b^2} = \overline{AD}^2$$

$$\overline{AD}^2 = \frac{L^2}{4 \cdot z_b^2} \cdot (z_b-1)(z_b-1+1) = \frac{L^2}{4} \cdot \frac{z_b-1}{z_b}$$

$$AD = \frac{L}{2} \cdot \frac{\sqrt{z_b-1}}{\sqrt{z_b}}.$$

Es ist dies genau derselbe Ausdruck, der für $\frac{L}{2}-l_z$ ermittelt wurde. Schlägt man also mit AD als Radius um A einen Kreisbogen, so ist

$$BE = l_z \text{ und } AE = \frac{L}{2} - l_z.$$

Da nach den vorangegangenen Erörterungen die gesamte Schubspannung von der Scherarmierung aufgenommen werden sollte, so brauchte die Breite b_1 hiernach nur so gross gemacht zu werden, dass der Eisenquerschnitt f_e gut einbetoniert ist. Da man aber hiernach unter Umständen doch recht schmale Stege bekommen kann, so ist es zweifellos besser, dem Beton einen Teil der Schubspannung zuzuweisen. Es wird häufig so gerechnet, dass der Beton die Hälfte der Schubspannung aufnehmen soll, doch werden der Sicherheit halber die Bügel trotzdem für die ganze Scherspannung berechnet. Sofern die Höchstbeanspruchung $\tau_b'{}_{max}$ einen nicht sehr hohen Wert erreicht, schlägt man wohl auch den Weg ein, dass man dem Beton die Hälfte und dem Eisen die Hälfte aller Schubkräfte zumutet.

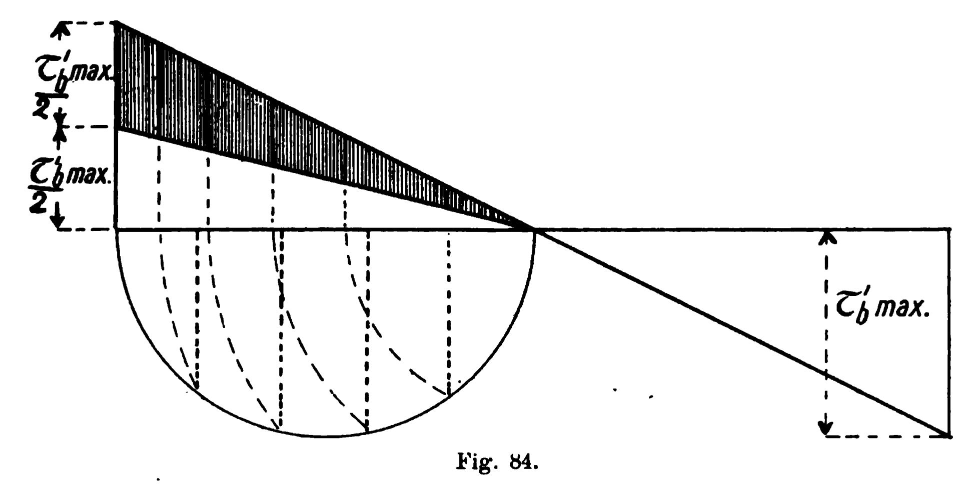


Fig. 84.

Fig. 84 stellt diese Verteilung dar. Da die Scherkraft nach der Trägermitte zu rasch abnimmt und schliesslich bald nur noch eine Grösse hat, die der Beton sicher allein aufnehmen kann, so gewährt diese Art der Berechnung immerhin noch grosse Sicherheit, wenn eben, wie Fig 84 zeigt, die Hälfte aller Scherkräfte dem Eisen

überwiesen werden sollen. Für diesen Fall ergibt sich die Zahl der erforderlichen Bügelquerschnitte zu

$$89) \quad \ldots\ldots\ldots \quad z_b = \frac{100 \, . \, b_1 \, . \, L}{8 \, . \, f_b \, . \, \tau_e} \cdot \tau_b{}'_{max}.$$

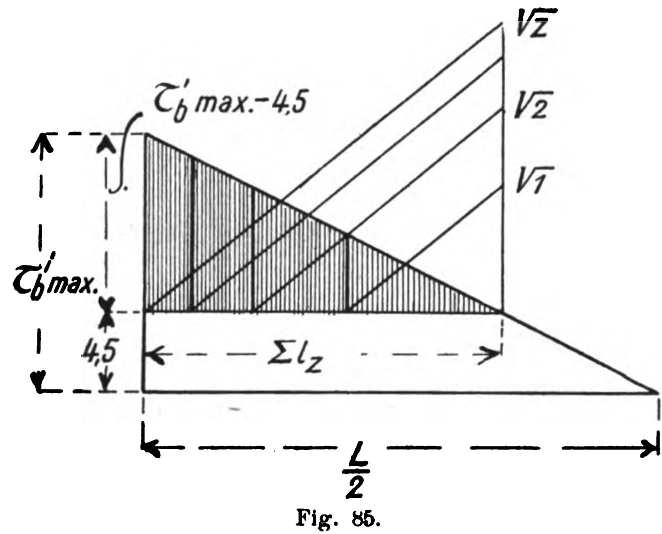


Fig. 85.

Wird die Bedingung grösster Ausnutzung beider Materialien gestellt und soll die zulässige Betonscherbeanspruchung 4,5 kg/qcm betragen, so ergibt sich die Scherkraftsverteilung nach Fig. 85, worin die schraffierte Fläche die auf die Scherbügel entfallende Kraft darstellt. Es gilt dann die Proportion

$$\Sigma l : \frac{L}{2} = (\tau_b{}'_{max} - 4{,}5) : \tau_b{}'_{max}$$

$$\Sigma l_z = \frac{L}{2} \cdot \frac{\tau_b{}'_{max} - 4{,}5}{\tau_b{}'_{max}}$$

Der Inhalt der schraffierten und mit b_1 multiplizierten Fläche ergibt sich zu

$$b_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\tau_b{}'_{max} - 4{,}5) \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{\tau_b{}'_{max} - 4{,}5}{\tau_b{}'_{max}} \cdot 100 = \frac{b_1 \, . \, L \, . \, (\tau_b{}'_{max} - 4{,}5)^2}{4 \, . \, \tau_b{}'_{max}} \cdot 100$$

und daraus folgt

$$90) \quad \ldots\ldots\ldots \quad z_b = \frac{100 \, . \, b_1 \, . \, L}{4 \, . \, f_b \, . \, \tau_e} \cdot \frac{(\tau_b{}'_{max} - 4{,}5)^2}{\tau_b{}'_{max}}$$

Neuere Versuche von Prof. Mörsch haben nun aber ergeben, dass die Scherarmierung durch Bügel keineswegs das volle Vertrauen verdient und dass es viel zweckmässiger ist, eine Armierung im Sinne der Fig. 25 vorzunehmen. Es setzen sich bekanntlich die in einem Flächenteil wirkenden Normal- und Schubspannungen zu schiefen, zueinander rechtwinkelig wirkenden Hauptspannungen zusammen. In der Nullinie beträgt der Neigungswinkel der Hauptspannungen gegen die Horizontale 45° und die Grösse der schiefen Hauptspannungen ist dort gleich der Grösse der Schubspannungen. Da nach den Auflagern zu wegen der abnehmenden Momente eine Verringerung des Eisenquerschnittes in der Zuggurtung eintreten

darf, so ist es zu empfehlen, die überflüssig werdenden Rundeiseneinlagen unter 45° aufzubiegen und im Druckgurt zu verankern. Diese in den Druckgurt übergeführten Rundeisen nehmen die schiefen Hauptzugspannungen wirksam auf. Die Hauptdruckspannungen übernimmt der Beton. Die schräg aufwärts gebogenen Rundeiseneinlagen wirken gleichsam wie die Zugdiagonalen eines Fachwerkträgers.

Die Berechnung der schrägen Aufbiegungen kann, genau wie die der Bügel in verschiedener Weise erfolgen.

Man könnte z. B. der Sicherheit halber die gesamte Scherkraft von der Grösse

$$b_1 \cdot \frac{\tau_b{'}_{max} \cdot L}{4} \cdot 100$$

durch die Rundeisen aufnehmen. Zur Ermittelung der Zahl der erforderlichen Aufbiegungen brauchte man also nur in Gleichung 88 an Stelle der Scherbeanspruchung τ_e die Zugbeanspruchung des Eisens (1000 kg/qcm) zu setzen. Es wäre also

91) . . . . $$z_b = \frac{100 \cdot b_1 \cdot L}{4000 \cdot f_b} \cdot \tau_b{'}_{max}.$$

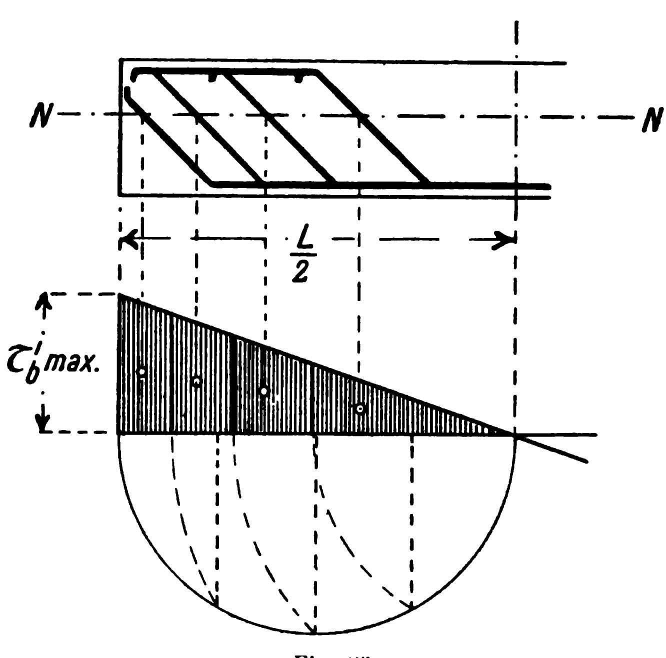


Fig. 86.

Alles weitere ist aus Fig. 86 klar ersichtlich

Will man nun die Fähigkeit des Betons, Zugspannungen von ca. 2 kg/qcm mit Sicherheit zu übertragen, ausnützen, so würde sich die erforderliche Anzahl der Aufbiegungen verringern und zwar würde sich die Ableitung der Zahl z_b analog derjenigen für Gleichung 90 ergeben zu

92) . . . . $$z_b = \frac{100 \cdot b_1 \cdot L}{4000 \cdot f_b} \cdot \frac{(\tau_b{'}_{max} - 2)^2}{\tau_b{'}_{max}}.$$

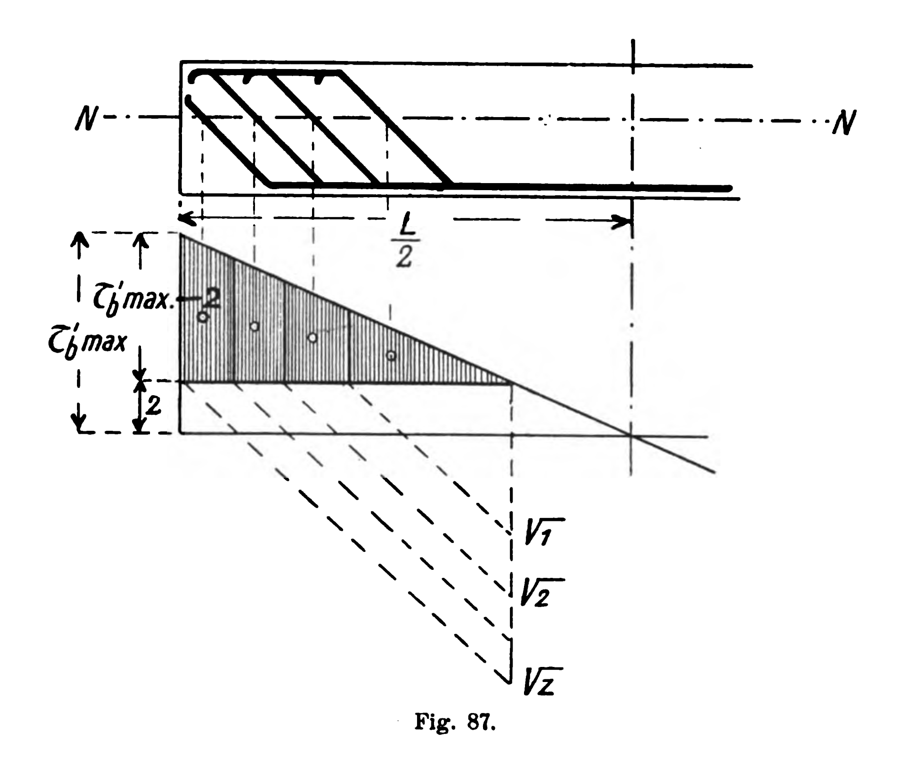


Fig. 87.

Die weitere Behandlungsweise ist aus Fig. 87 erkenntlich.

Die Berechnung der Eisenaufbiegung in voranstehend geschilderter Weise ergibt eine grosse Sicherheit; denn wenn die Hauptzugspannungen unter 45° gegen die Horizontale wirken, so kann als Belastungslänge auch nicht mehr die Strecke $\frac{L}{2}$ in Frage kommen, sondern nur die Projektion von $\frac{L}{2}$ auf die Normale zur Hauptspannungsrichtung, also die Strecke $\frac{L}{2} \cdot \cos 45^0$. Die Gleichung 91 würde demnach genauer übergehen in

$$z_b = \frac{b_1 \,.\, L \,.\, \cos 45^0}{4000 \,.\, f_b} \cdot \tau_b{'}_{max} \,.\, 100.$$

93) . . . . $$z_b = \frac{b_1 \,.\, L}{5657 \,.\, f_b} \cdot \tau_b{'}_{max} \,.\, 100.$$

Die weitere Konstruktion ergibt sich aus Fig. 88.

Berücksichtigt man die Fähigkeit des Betons, Zugspannungen von 2 kg/qcm noch mit Sicherheit zu übertragen, so würde in analoger Weise Gleichung 92 umgewandelt werden können in

94) . . . . $$z_b = \frac{b_1 \,.\, L \,.\, 100}{5675 \,.\, f_b} \cdot \frac{(\tau_b{'}_{max} - 2)^2}{\tau_{b\,max}}.$$

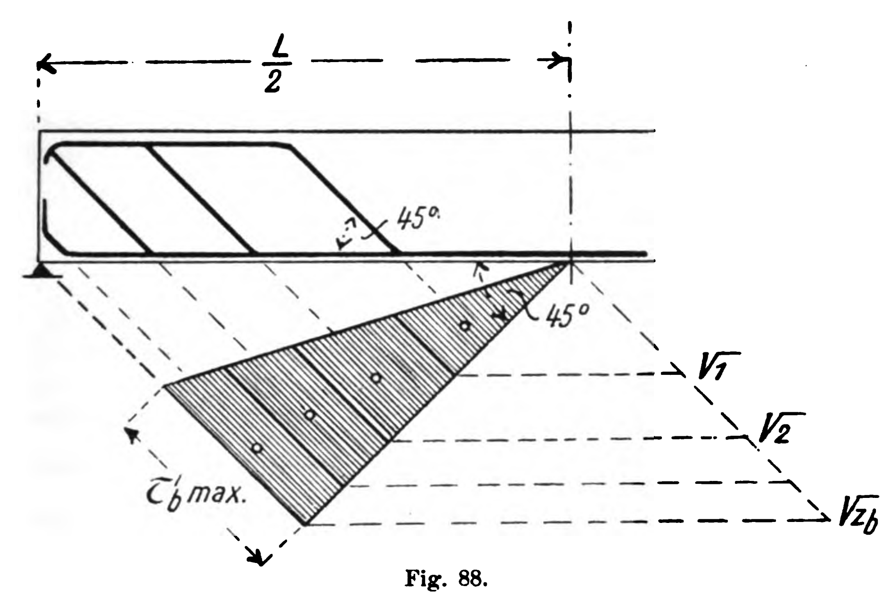


Fig. 88.

Fig. 89 zeigt die weitere Behandlung.

Nach den amtlichen Vorschriften ist es sogar gestattet, die Armierung nur für diejenige Schubkraft zu bestimmen, welche den zulässigen Scherspannungswert von 4,5 kg/qcm überschreitet. Unter Berücksichtigung dieser Annahme würde die Gleichung 94 übergehen in

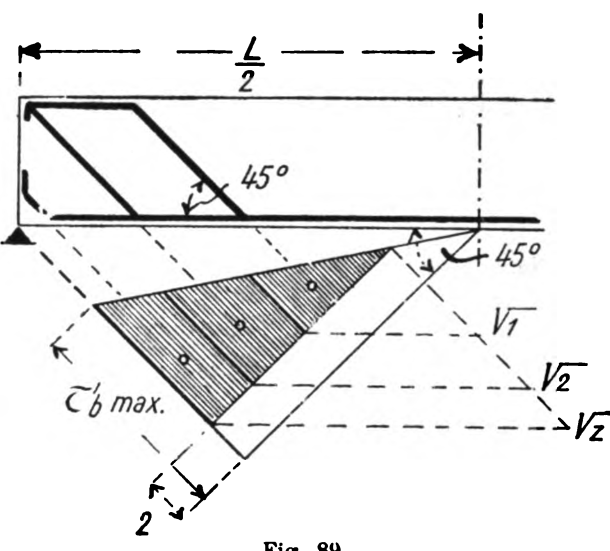


Fig. 89.

$$95) \quad \ldots\ldots\ldots \quad z = \frac{b_1 \, . \, L \, . \, 100}{5657 \, . \, f_b} \cdot \frac{(\tau_b'_{max} - 4{,}5)^2}{\tau_b'_{max}}.$$

Nach den Bestimmungen, aufgestellt vom Verbande deutscher Architekten- und Ingenieurvereine ist die Scherarmierung nach etwas anderen Gesichtspunkten zu berechnen und zwar wird nach denselben zwar der Beton selbst bis 4,5 kg/qcm Spannung auszunutzen sein, jedoch soll nicht die auf cos 45° reduzierte Belastungslänge, sondern die in der Balkenrichtung gemessene Belastungslänge berücksichtigt werden. Die über 4,5 kg/qcm hinausgehende Beanspruchung soll ferner zerlegt werden in eine Vertikalkomponente und in eine unter 45° geneigte Kompopente, so dass letztere aus der Horizontalbeanspruchung durch Multiplikation mit $\frac{1}{\cos 45^0}$

folgt. Es könnte demnach Gleichung 92 mit der Massgabe angewandt werden, dass an Stelle $\tau_b'_{max} - 2$ der Wert $\tau_{b\,max} - 4,5$ tritt und dass der Nenner $4000 \,.\, f_b$ noch mit $\cos 45^0 = 0,707$ zu multiplizieren ist. Es resultiert demnach

$$96) \quad z_b = \frac{100 \,.\, b_1 \,.\, L}{2880 \,.\, f_b} \cdot \frac{(\tau_b'_{max} - 4,5)^2}{\tau_b'_{max}}.$$

Berechnungsbeispiel.

Die Scherbeanspruchung war in dem zum vorangehend behandelten Kapitel „Rippendecken mit Armierung der Zug- und Druckzone“ gehörigen Berechnungsbeispiel zu $\tau_b'_{max} = 5,8$ kg/qcm ermittelt worden. In der unteren Gurtung waren acht Rundeisen von je 2 cm Durchmesser verwendet, so dass als Querschnitt f_b derjenige von einer Einlage, also $\frac{2^2\pi}{4} = 3,14$ qcm eingesetzt werden kann. Nun war zwar in dem Beispiel eine beiderseitige Einspannung angenommen und der ganze Querschnitt $8 \,.\, 3,14 = 25$ qcm auch an den Auflagern berücksichtigt worden, doch könnte man ja die nach oben abgebogenen Rundeisen durch neue Einlagen ersetzen, oder man vernachlässigt die geringfügige Ungenauigkeit, da ja der Untergurt am Auflager Druckgurt ist und unsere früheren Ausführungen die im allgemeinen geringe Bedeutung der Druckarmierung erkennen liessen. Nach Gleichung 94 wäre z. B. bei $b_1 = 45$ cm und $L = 8$ m

$$z_b = \frac{100 \,.\, 45 \,.\, 8}{5657 \,.\, 3,14} \cdot \frac{(5,8 - 2)^2}{5,8} = \sim 5.$$

Nach Gleichung 95 wäre nur

$$z_b = \frac{100 \,.\, 45 \,.\, 8}{5657 \,.\, 3,14} \cdot \frac{(5,8 - 4,5)^2}{5,8} = \sim 1.$$

Nach Gleichung 96 würde folgen:

$$z_b = \frac{100 \,.\, 45 \,.\, 8}{2880 \,.\, 3,14} \cdot \frac{(5,8 - 4,5)^2}{5,8} = \sim 2.$$

Die nach Gleichung 94 ermittelte Zahl der Aufbiegungen würde eine ausserordentlich hohe Sicherheit zur Folge haben. Aus den nach Gleichung 95 und 96 berechneten Werten ist zu ersehen, dass man mit 2 oder 3 Aufbiegungen reichliche Sicherheit erzielen würde. Nach welcher der Formeln man sich richten kann wird vielfach von den Festigkeitsversuchszahlen des zur Verwendung gelangenden Betons abhängen. Werden derartige Festigkeitsversuche nicht angestellt, so rechne man lieber nach den Formeln, die eine reichlichere Zahl von Aufbiegungen ergeben, da eine gute Scherarmierung für gesamte Festigkeit des Eisenbetons von wichtigem Einfluss ist.

7. Die zentrisch belasteten Stützen.

Nach den früheren Erörterungen gilt für die elastische Veränderung die Beziehung

$$\epsilon = \alpha . \sigma.$$

Die Eiseneinlagen werden nun immer genau dieselben Längenänderungen erleiden, wie der umhüllende Beton und für beide Materialien muss daher die Gleichung gelten

$$\epsilon = \alpha_b . \sigma_b = \alpha_e . \sigma_e .$$

Somit ist

$$\frac{\alpha_b}{\alpha_e} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}.$$

Nun ist

$$\alpha_b = \frac{1}{E_b}$$

$$\alpha_e = \frac{1}{E_e}.$$

Daher

$$\frac{\alpha_b}{\alpha_e} = \frac{E_e}{E_b} = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$$

$$\sigma_e = \frac{E_e}{E_b} \cdot \sigma_b.$$

Das Verhältnis $\frac{E_e}{E_b}$ wurde mit n bezeichnet. Es resultiert also die Beziehung:

$$\sigma_e = n . \sigma_b.$$

Bezeichnet man nun die Querschnittsdimensionen der Säule mit b und h (siehe Fig. 90), den Querschnitt der gesamten Eiseneinlagen mit F_e, so muss natürlich sein

$$P = \sigma_b . b . h + \sigma_e . F_e = \sigma_b . b . h + n \sigma_b . F_e.$$

Hierin bedeutet P die Axiallast.

Es folgt daraus

Fig. 90.

$$97) \quad \sigma_b = \frac{P}{b . h + n . F_e}$$

Diese Gleichung lässt wiederum das schon oft besprochene Gesetz erkennen, nach welchem der Eisenquerschnitt in seiner n-fachen Grösse wie ein gedachter Betonquerschnitt aufgefasst werden kann. Die hiernach gebildete Summe der Querschnitte kann dann als einheitlicher Querschnitt betrachtet werden.

Setzt man von vornherein fest, dass der Armierungsquerschnitt nur einen bestimmten Bruchteil des Betonquerschnittes ausmachen soll und würde dieser Bruchteil mit φ bezeichnet, so wäre

$$F_e = \varphi \cdot b \cdot h$$

und

97a) . . . . . $$\sigma_b = \frac{P}{b \cdot h + n \cdot \varphi \cdot b \cdot h} = \frac{P}{b \cdot h(1 + n \cdot \varphi)}$$

Bei Annahme der Grösse b und σ_b wäre

98) . . . . $$h = \frac{P}{b \cdot \sigma_b (1 + n \cdot \varphi)}$$

Bei angenommener Grösse h würde sich ergeben

99) . . . . $$b = \frac{P}{h \cdot \sigma_b (1 + n\varphi)}$$

Die zulässige Beanspruchung des Betons soll nach den amtlichen Vorschriften nur bis zu einem Zehntel seiner Druckfähigkeit angenommen werden. Es dürfte also σ_b nicht grösser als 20 bis 25 kg/qcm sein. Hieraus resultiert, dass das Eisen nur bis 300 oder 375 kg/qcm beansprucht werden wird.

In den vorstehenden Formeln ist der gedachte Gesamtquerschnitt durch den Ausdruck $b \cdot h + nF_e$ gegeben. Nun ist aber in dem Produkte $b \cdot h$ bereits einmal die Querschnittsgrösse F_e enthalten. Auf diese geringe Ungenauigkeit wurde bereits früher einmal hingewiesen, ihr wurde aber mit Rücksicht auf die dort auch im allgemeinen nicht ganz zutreffende Annahme $n = 15$ wenig Bedeutung beigemessen. Erreicht aber bei den Stützen die Grösse F_e einen ziemlich hohen Wert, resp. wird F_e ziemlich gross angenommen, so ist doch geboten, der Gleichung 97 die Form zu geben

100) . . . . $$\sigma_b = \frac{P}{b \cdot h + (n-1) \cdot F_e}$$

Gleichung 97a geht dann über in

100a) . . . . $$\sigma_b = \frac{P}{b \cdot h \cdot [1 + (n-1) \cdot \varphi]}$$

Für Säulen, bei denen die vertikalen Eiseneinlagen durch Drahtspiralen im Sinne der Fig. 38 umwunden sind, hat sich aus Versuchen ein sehr hohes Tragvermögen ergeben und zwar wird dies in erster Linie auf die Wirkung der spiral-

förmigen Umwindungen zurückzuführen sein. Die Bruchlast P_k einer derart armierten Stütze kann aus der Gleichung

101) . . . . $P_k = k_b \, . \, F_b' + \sigma_{es}(F_e + 2{,}4 \, . \, f_{ew})$.

Hierin bedeutet

k_b die Druckfestigkeit des Betons auf Druck (etwa 200 kg/qcm i. M.),

F_b' den Betonsäulenquerschnitt innerhalb der Spiralwindungen,

σ_{es} die Beanspruchung des Eisens an der Streckgrenze (etwa 2400 kg/qcm i. M.),

f_{ew} den Querschnitt einer gedachten Längsarmierung, welche im Gewichte gleich wird der vorhandenen Spiralarmierung.

Die Formel lässt erkennen, dass sich ein Wachstum von f_{ew} in der 2,4 fachen Grösse bemerkbar machen wird, dass es also vorteilhafter ist, eine Armierungsvergrösserung bei der Spiralarmierung vorzunehmen, als bei der vertikalen Armierung.

Eine rechnerische Untersuchung hinsichtlich der Gefahr des Ausknickens wurde früher fast stets unterlassen, weil unter normalen Verhältnissen eine Knickgefahr auch tatsächlich nur selten vorhanden sein wird.

Wird nun aber der Eisenquerschnitt F_e ziemlich hoch angenommen, so ergeben sich natürlich kleine Querschnittsdimensionen für die Säule und es ist daher eine Untersuchung wegen des möglichen Ausknickens geboten. Die amtlichen Bestimmungen schreiben vor, dass die Berechnung auf Knicken dann erfolgen soll, wenn die Säulenhöhe (Knicklänge) grösser ist als das 18fache der kleinsten Querschnittsabmessung und zwar soll die Berechnung nach der Eulerschen Formel erfolgen. Für den Fall einer gelenkigen, vertikalen Führung am Säulenkopf und Säulenfuss [1]) ergibt sich darnach bekanntlich die Knickbelastung P_k, bei welcher die Säule von der Knicklänge l infolge Ausknickens zum Bruche kommt zu

$$P_k = \frac{\pi^2 E J_{min}}{l^2}.$$

E bedeutet, wie früher, den Materialelastizitätsmodul und

J_{min} das kleinste Trägheitsmoment.

Bei Eisenbetonsäulen wird das Produkt $E \, . \, J_{min}$ durch die Summme $E_b \, . \, J_b + E_e \, . \, J_e$ zu ersetzen sein, wobei selbstverständlich als J_b und J_e die kleinsten Trägheitsmomente einzuführen sind. Es ist:

$$E_b \, . \, J_b + E_e \, . \, J_e = E_b(J_b + \frac{E_e}{E_b} \cdot J_e) = E_b(J_b + nJ_e).$$

Mithin

$$P_k = \frac{\pi^2 \, . \, E_b(J_b + nJ_e)}{l^2}.$$

1) Dieser Lagerungsfall soll zumeist der Berechnung zugrunde gelegt werden. In Wirklichkeit aber werden doch die Eisenbetonsäulen meist oben und unten eingespannt ein, woraus auf eine sehr hohe Sicherheit geschlossen werden kann.

Für diejenige Belastung P, welche die Säule noch mit s_k facher Sicherheit trägt, gilt demnach die Beziehung

$$s_k \, . \, P = \frac{\pi^2 E_b (J_b + n J_e)}{l^2}$$

$$P = \frac{\pi^2 \, . \, E_b (J_b + n J_e)}{s_k \, . \, l^2} .$$

Da 10fache Sicherheit verlangt wird, so ist $\frac{\pi^2}{s_k} = 1$ und demnach

$$P = \frac{E_b (J_b + n J_e)}{l^2} .$$

Der Elastizitätsmodul E war früher zu 145 000 kg/qcm angegeben worden, so dass schliesslich folgt

102) . . . . $P = 145000 \cdot \frac{J_b + n J_e}{l^2_{cm}}$

Die Knicklänge l ist darin in cm auszudrücken. Führt man sie aber in m ein, so resultiert

102a) . . . . $P = 14{,}5 \cdot \frac{J_b + n J_e}{l^2_m}$

Bei der Berechnung von J_e wird man meist die äquatorialen Trägheitsmomente vernachlässigen können, sofern es sich nicht um besonders grosse Eisenquerschnitte handelt. Gemäss Fig. 90 ist

$$J_e = 4 \cdot \frac{F_e}{4} \cdot \left(\frac{h}{2} - a\right)^2 = F_e \left(\frac{h}{2} - a\right)^2$$

Die rechnerische Untersuchung ist natürlich auch auf die Knicksicherheit der Eiseneinlagen auszudehnen.

Bezeichnet man mit P_e die auf den gesamten Eisenquerschnitt entfallende Druckkraft, mit J_{eo} das äquatoriale Trägheitsmoment einer Eiseneinlage und ist ferner l_o die einer s_k fachen Sicherheit entsprechende Knicklänge, so resultiert bei z Eiseneinlagen

$$P_e = F_e \, . \, \sigma_e = \frac{\pi^2 E_e \, . \, z \, . \, J_{eo}}{s_k \, . \, l_o^2} .$$

s_k ist für Flusseisen zu 5 anzunehmen und $E_e = 2150000$ kg/qcm. Demnach

$$F_e \, . \, \sigma_e = 2 \, . \, 2150000 \cdot \frac{z \, . \, J_{eo}}{l_o^2} .$$

Hieraus ergibt sich für die Armierung eine Knicklänge in cm

103) . . . . $l_{o\,cm} = \sqrt{4300000 \cdot \frac{z \cdot J_{eo}}{F_e \cdot \sigma_e}}$

Bei Rundeisen vom Durchmesser d ist $J_{eo} = \frac{\pi d^4}{64}$ und $F_e = z \cdot \frac{\pi d^2}{4}$, woraus

103a) . . . . $l_{o\,cm} = \sqrt{4300000 \cdot \frac{d^2}{16 \cdot \sigma_e}}$

folgt.

Nimmt man σ_e zu ungefähr 350 kg/qcm an, so würde sich ergeben

$$l_{o\,cm} = d\sqrt{\frac{4300000}{16 \cdot 350}} = \sim 28 \cdot d.$$

In Entfernungen von der Grösse l_o sind die Rundeiseneinlagen miteinander durch Querverbindungen zu verbinden. Da aber einesteils die vertikalen Eiseneinlagen ungestossen durch diese Querverbindungen hindurchgehen und ferner rings vom Beton umschlossen sind, so liegt in der Berechnung nach der Eulerschen Formel unter Annahme gelenkiger Lagerung der Enden eine ausserordentlich hohe Sicherheit und man könnte die Knicklänge der Einlage ruhig etwas grösser annehmen. Die amtlichen Bestimmungen schreiben vor:

104) . . . . $l_{o\,cm} \lesseqgtr 30 \cdot d$

Obwohl, wie erwähnt, die Berechnungsweise nach der Eulerschen Formel in den amtlichen Bestimmungen gefordert wird, so muss doch darauf hingewiesen werden, dass sie gerade für Eisenbetonsäulen nicht verwendet werden sollte, da das elastische Verhalten des Betons nicht demjenigen entspricht, welches für die Aufstellung der Eulerschen Formel angenommen wird. Zweckmässiger scheint die Anwendung der Gleichung von Ritter

105) . . . . $\sigma_k = \frac{k_b}{1 + 0{,}0001 \cdot \frac{l^2}{i_o^2}}$

Hierin bedeutet:

σ_k die beim Zerknicken im Beton herrschende Spannung,
k_b die Betonbruchbelastung (i. M. 200 kg/qcm),
l die Knicklänge in cm,
i_o den Trägheitshalbmesser des Querschnittes und zwar ist

$$i_o = \sqrt{\frac{J_b + nJ_e}{F_b + nF_e}} \quad [1]$$

1) $F_b = b \cdot h$ (Fig. 90).

Soll nun die Säule eine $s_k$fache Sicherheit gewähren, so muss die Beziehung gelten

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + nF_e} = \frac{\sigma_k}{s_k} = \frac{k_b}{s_k\left(1 + 0{,}0001 \cdot \frac{l^2}{i_o^2}\right)}$$

Daraus folgt die mit $s_k$facher Sicherheit von der Säule getragene Last:

$$P = \frac{k_b \cdot i_o^2 \cdot (F_b + nF_e)}{s_k(i_o^2 + 0{,}0001 \cdot l^2)}$$

Sofern 10fache Sicherheit verlangt wird, kann $\frac{k_b}{s_k} = 20$ gesetzt werden und es resultiert schliesslich

$$106) \quad \ldots\ldots \quad P = 20 \cdot \frac{(J_b + n \cdot J_e) \cdot (F_b + n \cdot F_e)}{J_b + nJ_e + 0{,}0001 \cdot l^2(F_b + nF_e)}$$

Würde man Stützenkopf und Fuss als halb eingespannt ansehen können, so könnte die Gleichung 107 zur Berechnung benutzt werden:

$$107) \quad \ldots\ldots \quad P = 20 \cdot \frac{(J_b + nJ_e) \cdot (F_b + nF_e)}{J_b + nJ_e + 0{,}00005 \cdot l^2(F_b + nF_e)}$$

Für eine unten eingespannte und oben frei bewegliche Stütze käme Gleichung 108 in Betracht:

$$108) \quad \ldots\ldots \quad P = 20 \cdot \frac{(J_b + n \cdot J_e) \cdot (F_b + n \cdot F_e)}{J_b + n \cdot J_e + 0{,}0004 \cdot l^2 \cdot (F_b + nF_e)}$$

Die in vorstehendem Kapitel entwickelten Beziehungen haben für zentrische Belastung Gültigkeit. Als solche ist diejenige aufzufassen, die im Schwerpunkt des gedachten Querschnittes $F_b + n \cdot F_o$ wirkt. Die aufgestellten Gleichungen gelten also auch dann, wenn die Eisenquerschnitte vielleicht unsymmetrisch angeordnet oder einander nicht gleich gross sind, sofern eben nur die Kraft P im Schwerpunkt angreift. Ausgenommen sind nur die Gleichungen 103 und 103 a, deren Ableitung auf einander gleich grossen Eisenquerschnitten basierte, doch kann man ohne weiteres unter Zugrundelegung der Eiseneinlage kleinsten Querschnittes die Grösse l_o nach Gleichung 104 bestimmen.

Berechnungsbeispiele.

1. Eine Säule vom Querschnitt der Fig. 90 sei armiert durch vier Rundeisen von je 2 cm Durchmesser. Es sei ferner $b = h = 30$ cm, $a = 3$ cm und $l = 4$ m. Welche Belastung nimmt die Säule auf?

Es ist:

$$F_b = 30 . 30 = 900 \text{ qcm}$$

$$F_e = 4 . \frac{2^2\pi}{4} = 12{,}5 \text{ qcm}$$

$$F_b + n . F_e = 900 + 15 . 12{,}5 = \sim 1088 \text{ qcm.}$$

Bei $\sigma_b = 25$ kg/qcm wäre somit

$$P = 25 . 1088 = 27\,200 \text{ kg.}$$

Es ist ferner

$$J_b = \frac{b . h^3}{12} = \frac{30^4}{12} = 67500 \text{ cm}^4$$

$$J_e = 12{,}5(15-3)^2 = 1800 \text{ cm}^4$$

$$J_b + n . J_e = 67500 + 27000 = 94500.$$

Mit Rücksicht auf Knicken könnte demnach die Säule nach der Eulerschen Formel tragen

$$P = 14{,}5 \cdot \frac{94500}{16} = \sim 86000 \text{ kg.}$$

Nach Gleichung 106 würde jedoch folgen

$$P = \frac{20 . 94500 . 1088}{94500 + 0{,}0001 . 160000 . 1088} = 18400 \text{ kg.}$$

Die beiden letzten Werte zeigen die gewaltigen Unterschiede, die sich bei der Berechnung nach den verschieden gearteten Knickformeln ergeben. Die Säule wäre hiernach zweckmässig nur bis ca 18,5 t zu belasten.

2. Eine Säule vom Querschnitt der Fig. 91 sei auf ihre zulässige Tragfähigkeit zu untersuchen.

Die Armierung besteht aus vier Rundeisen mit je 2,3 cm Durchmesser und drei Rundeisen von je 2 cm Durchmesser, so dass

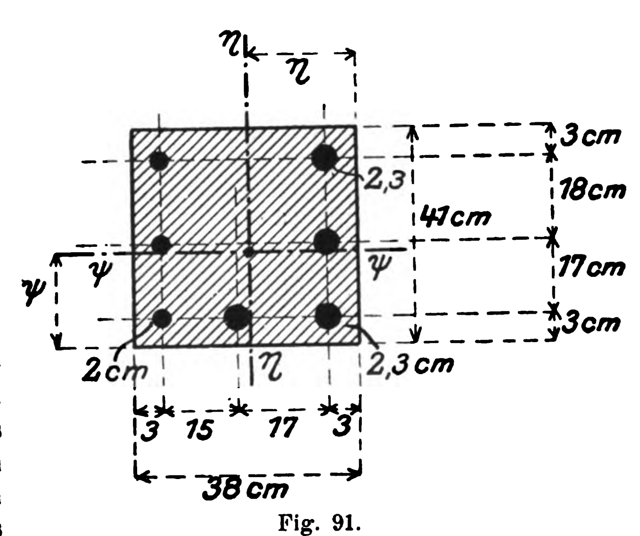


Fig. 91.

$$F_e = 4 \cdot \frac{2{,}3^2\pi}{4} + 3 \cdot \frac{2{,}0^2 \cdot \pi}{4} = 4 \,.\, 4{,}15 + 3 \,.\, 3{,}14$$

$$F_e = 26 \text{ qcm}.$$

Bei $\sigma_b = 25$ kg/qcm könnte die Säule eine Belastung

$$P = 25(41 \,.\, 38 + 15 \,.\, 26) = 48700 \text{ kg}$$

tragen. Die Schwerpunktslage bestimmt sich aus

$$\eta = \frac{\frac{41 \,.\, 38^2}{2} + 15(3 \,.\, 4{,}15 \,.\, 3 + 4{,}15 \,.\, 20 + 3 \,.\, 3{,}14 \,.\, 35)}{41 \,.\, 38 + 15 \,.\, 26}$$

$$\eta = 18{,}7 \text{ cm}$$

$$\psi = \frac{\frac{38 \,.\, 41^2}{2} + 15[(2 \,.\, 4{,}15 + 3{,}14) \,.\, 3 + 7{,}29 \,.\, (20 + 38)]}{41 \,.\, 38 + 15 \,.\, 26}$$

$$\psi = 19{,}9 \text{ cm}$$

$$J_\eta = \frac{41 \,.\, 38^3}{12} + 41 \,.\, 38\left(\frac{38}{2} - 18{,}7\right)^2 + 15[3 \,.\, 4{,}15(18{,}7-3)^2 + 4{,}15(20-18{,}7)^2 + 3 \,.\, 3{,}14(35-18{,}7)^2]$$

$$J_\eta = 271295 \text{ cm}^4$$

$$J_\psi = \frac{41^3 \,.\, 38}{12} + 41 \,.\, 38\left(\frac{41}{2} - 19{,}9\right)^2 + 15[(2 \,.\, 4{,}15 + 3{,}14)(19{,}9-3)^2 + (4{,}15 + 3{,}14)(20-19{,}9)^2 + (4{,}15 + 3{,}14)(38-19{,}9)^2]$$

$$J_\psi = 303647 \text{ cm}^4.$$

Für die Tragfähigkeitsuntersuchung kommt natürlich nur das kleinste Trägheitsmoment (J_η) in Betracht. Die Säule habe ebenfalls 4 m Knicklänge, wie diejenige des ersten Beispieles. Nach Gleichung 102a ist sodann

$$P = 14{,}5 \cdot \frac{271295}{16} = 245500 \text{ kg}.$$

Nach Gleichung 106 wäre

$$P = 20 \cdot \frac{271295(41 \,.\, 38 + 15 \,.\, 26)}{271295 + 0{,}0001 \,.\, 160000(41 \,.\, 38 + 15 \,.\, 26)}$$

$$P = \sim 35\,000 \text{ kg}.$$

Auch hier zeigt sich wieder die grosse Verschiedenheit der hinsichtlich des Ausknickens errechneten Belastungen. Die vorstehend berechnete Säule hat eine maximale Tragkraft von ca. 35 t.



8. Die exzentrisch belasteten Stützen.

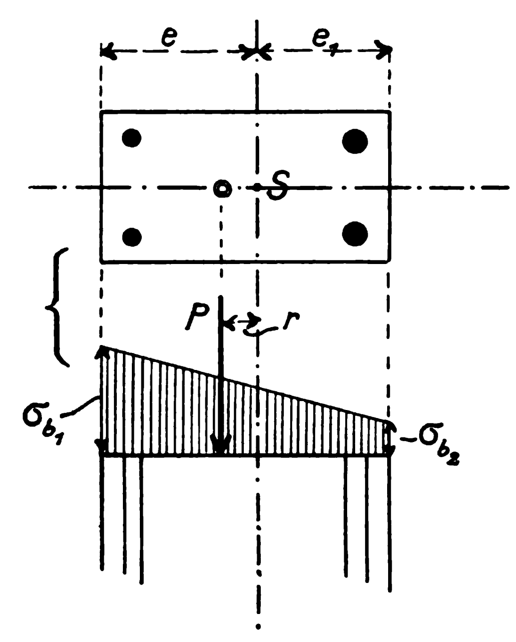


Fig. 92.

Als exzentrisch belastete Stützen sind diejenigen aufzufassen, bei denen die Belastung ausserhalb des Querschnittschwerpunktes angreift. Es sind zunächst zwei Fälle zu unterscheiden, welche durch die Spannungsverteilung im Querschnitt charakterisiert sind. So lange die Exzentrizität noch nicht so gross wird, dass Zugspannungen auf der gegenüber liegenden Seite entstehen, so lange bietet auch die Berechnung keinerlei Schwierigkeiten. In diesem Falle wird der Querschnitt in gleicher Weise behandelt, wie ein homogener Betonkörper, in welchem die Eisenquerschnitte in Betonquerschnitte von der n fachen Grösse umgewandelt gedacht werden und es gelten unter Hinweis auf Fig. 92 die aus der Festigkeitslehre bekannten Beziehungen

$$\sigma_{b1} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot r}{J} \cdot e \qquad 109)$$

$$\sigma_{b2} = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot r}{J} \cdot e_1. \qquad 109a)$$

Hierin ist

$$F = F_b + n \cdot F_e$$

und

$$J = J_b + n \cdot J_e$$

zu setzen.

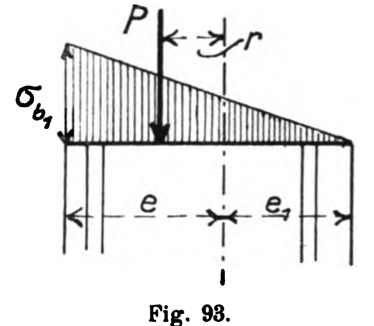


Fig. 93.

Der Grenzfall dieser Beanspruchungsart tritt dann ein, wenn die Kantenspannung auf der der Exzentrizität r gegenüber liegenden Seite gleich Null wird. In diesem Falle steht die Belastung P auf der Kerngrenze (Fig. 93). Es ist dann

$$\sigma_{b2} = o = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot r}{J} \cdot e_1$$

$$\frac{P}{F} = \frac{P \cdot r}{J} \cdot e_1,$$

und somit

$$\frac{Pr}{J} \cdot e = \frac{P \cdot r}{J} \cdot e \cdot \frac{e_1}{e_1} = \frac{P}{F} \cdot \frac{e}{e_1}$$

$$\sigma_{b1} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot r}{J} \cdot e = \frac{P}{F}\left(1 + \frac{e}{e_1}\right). \qquad 110)$$

Für einen symmetrischen Querschnitt ist $e = e_1$ und demnach

110a) . . . . $\sigma_{b1} = 2 \cdot \frac{P}{F}$

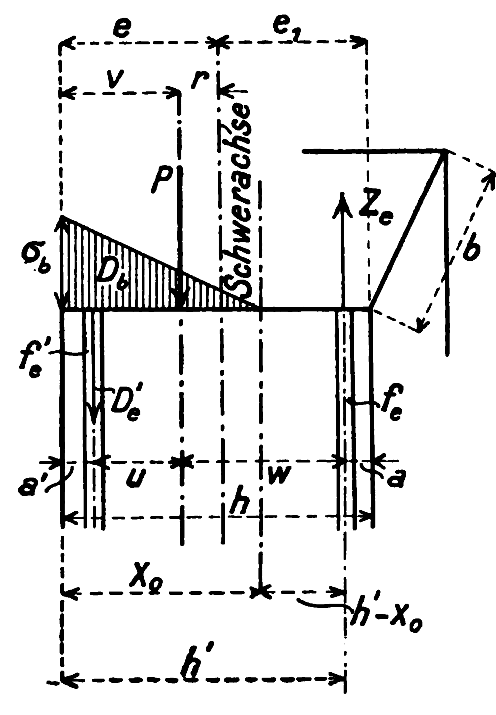


Fig. 94.

Wirkt nun aber die Belastung ausserhalb der Kerngrenze, so treten auf der der Exzentrizität gegenüberliegenden Seite Zugspannungen auf, welche, wie bei den Balken, von den Eiseneinlagen aufgenommen werden müssen. Diese Beanspruchungsart stellt den zweiten der oben erwähnten Fälle dar. Die Berechnungsweise lehnt sich natürlich ganz an die der Balken an, jedoch hat hier der Satz keine Gültigkeit, nach welchem die Nullinie mit der Schwerachse der tragenden Fläche zusammenfällt; denn die Lage der Nullinie hängt, wie bereits erörtert, von der Grösse des Momentes P . r ab, sie verändert sich also mit der Grösse r, während sie bei einem gebogenen Balken lediglich durch die Querschnittsflächen und Querschnittsanordnung bestimmt ist.

Fig. 94 zeigt das Beanspruchungsbild. Unter Hinweis auf die eingeschriebenen Bezeichnungen und die früher aufgestellten Beziehungen gilt wieder:

$$\sigma_e' = n \, . \, \sigma_b \cdot \frac{x_o - a'}{x_o}$$

$$\sigma_e = n \, . \, \sigma_b \cdot \frac{h' - x_o}{x_o}$$

$$n\sigma_b x_o + \sigma_e x_o = n\sigma_b \, . \, h'$$

$$x_o(n\sigma_b + \sigma_e) = n \, . \, \sigma_b \, . \, h'$$

$$x_o = \frac{n \, . \, \sigma_b \, . \, h'}{n \, . \, \sigma_b + \sigma_e} = \frac{n}{n + \frac{\sigma_e}{\sigma_b}} \cdot h' = c \, . \, h'$$

$$D_b = \frac{\sigma_b \, . \, x_o}{2} \cdot b$$

$$D_e' = f_e' \, . \, \sigma_e' = n \, . \, f_e' \, . \, \sigma_b \cdot \frac{x_o - a'}{x_o}$$

$$Z_e = f_e \, . \, \sigma_e = n \, . \, f_e \, . \, \sigma_b \cdot \frac{h' - x_o}{x_o}$$

Für den Balken ohne Axialkraft, also mit alleiniger Biegungsbeanspruchung, musste nun die Summe $D_b + D_e' - Z_e = o$ sein. Bei einer exzentrisch belasteten Säule trifft dies aber nicht zu; es muss sich vielmehr ergeben

$$D_b + D_e' - Z_e = P.$$

Somit folgt:

$$\frac{\sigma_b x_o}{2} \cdot b + n \,.\, f_e' \sigma_b \cdot \frac{x_o - a'}{x_o} - n \,.\, f_e \,.\, \sigma_b \cdot \frac{h' - x_o}{x_o} = P$$

$$\sigma_b \left[\frac{x_o b}{2} + n f_e' \cdot \frac{x_o - a'}{x_o} - n \,.\, f_e \cdot \frac{h' - x_o}{x_o} \right] = P$$

$$\sigma_b [x_o^2 \,.\, b + 2 n f_e' \,.\, (x - a') - 2 n f_e \,.\, (h' - x_o)] = 2 \,.\, P \,.\, x_o$$

$$111) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_b = \frac{2 \,.\, P \,.\, x_o}{x_o^2 b + 2 n f_e'(x_o - a') - 2 n f_e (h' - x_o)}$$

Sofern der Säulenquerschnitt symmetrisch ausgebildet ist, wird $f_e = f_e'$ und die Gleichung 111 geht über in

$$112) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sigma_b = \frac{2P \,.\, x_o}{x_o^2 b + 2 n f_e (2 x_o - h)}$$

Um eine Beziehung für die Grösse x_o zu ermitteln, wird das Moment der inneren Kräfte in Bezug auf einen Punkt der Nullinie aufgestellt. Dieses Moment muss natürlich gleich dem Moment der äusseren Last um denselben Punkt sein. Das Moment der inneren Kräfte ergibt sich zu

$$M_i = \sigma_b \cdot \frac{x_o b}{2} \cdot \frac{2}{3} x_o + f_e' \,.\, \sigma_e' (x_o - a') + f_e \,.\, \sigma_e \,.\, (h' - x_o)$$

$$= \sigma_b \cdot \frac{x_o^2 b}{3} + n f_e' \sigma_b \cdot \frac{(x_o - a')^2}{x_o} + n f_e \sigma_b \cdot \frac{(h' - x_o)^2}{x_o}$$

Das Moment der äusseren Last hat die Grösse

$$M_a = P(x_o - e + r)$$

Demnach

$$\sigma_b \cdot \frac{x_o^2 b}{3} + n f_e' \sigma_b \cdot \frac{(x_o - a')^2}{x_o} + n \,.\, f_e \,.\, \sigma_b \cdot \frac{(h' - x_o)^2}{x_o} = P(x_o - e + r)$$

$$\sigma_b [x_o^3 b + 3 n f_e' (x_o - a')^2 + 3 n f_e (h' - x_o)^2] = 3P \,.\, x_o (x_o - e + r).$$

$$113) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_b = \frac{3P \,.\, x_o (x_o - e + r)}{x_o^3 b + 3 n f_e' (x_o - a')^2 + 3 n f_e (h' - x_o)^2}$$

Durch Gleichsetzen der beiden Gleichungen 111 und 113 ergibt sich

$$\frac{2}{x_o^2 b + 2nf_e'(x_o - a') - 2nf_e(h' - x_o)} = \frac{3(x_o - e + r)}{x_o^3 b + 3nf_e'(x_o - a')^2 + 3nf_e(h' - x_o)^2}.$$

Nach Umwandlung resultiert

$$o = -x_o^3 b - 3x_o^2 b(-e + r) + 6nf_e'(x_o - a')(-a' + e - r) + 6nf_e(h' - x_o)(h' - e + r)$$

$$o = -x_o^3 b - 3x_o^2 b(-e + r) + 6nx_o[f_e'(-a' + e - r) - f_e(h' - e + r)]$$
$$-6nf_e'a'(-a' + e - r) + 6nf_e h'(h' - e + r).$$

Setzt man nun $e - r = v$, so geht die Gleichung über in

$$o = -x_o^3 b - 3x_o^2 b(-v) + 6nx_o[f_e'(-a' + v) - f_e(h' - v)] - 6nf_e'a'(-a' + v)$$
$$+ 6nf_e h'(h' - v).$$

114) . . . $o = x^3 - 3 . v . x_o^2 - \frac{6 . n}{b} \cdot x_o[f_e'(v - a') - f_e(h' - v)] + \frac{6n}{b}[f_e'a'(v - a')$
$- f_e h'(h' - v)].$

Wird $f_e = f_e'$, so folgt:

114a) . . . $o = x_o^3 - 3 . v . x_o^2 - \frac{6nf_e}{b} \cdot x_o(-h + 2v) + \frac{6nf_e}{b}[a'(v - a') - h'(h' - v)].$

Wird $r > e$, so wäre v als negative Grösse einzusetzen und Gleichung 114a ginge über in

144b) . . . $o = x_o^3 + 3vx_o^2 - \frac{6nf_e}{b} \cdot x_o(-h - 2v) + \frac{6nf_e}{b}[a'(-v - a') - h'(h' + v)].$

Setzt man gemäss Fig. 93

$$v - a' = u$$

und

$$h' - v = w$$

so erhält man für die Gleichung 114 die neue Form

115) . . . $o = x_o^3 - 3 . v . x_o^2 - \frac{6n}{b} \cdot x_o(f_e' . u - f_e . w) + \frac{6n}{b}(f_e'a' . u - f_e . h' . w)$

Für $f_e = f_e'$ folgt

115a) . . . . $o = x_o^3 - 3 . v . x_o^2 - \frac{6nf_e}{b} \cdot x_o(u - w) + \frac{6nf_e}{b}(a' . u - h'w)$

Wird $r > e$, so ist v negativ. Mithin

$$-v - a' = -u$$

und

$$h' + v = w$$

Somit

$$115b) \ldots o = x_o^3 + 3v \cdot x_o^2 - \frac{6nf_e}{b} \cdot x_o(-u-w) + \frac{6nf_e}{b}(-a' \cdot u - h' \cdot w)$$

Hat man x_o ermittelt und dann vermittelst Gleichung 112 oder 113 die Beanspruchung σ_b bestimmt, so ist es geboten, auch die Knicksicherheit einer Untersuchung zu unterziehen und hierzu zweckmässig die Formeln 106 resp. 107, 108 zu benutzen.

Bei sehr kurzen Säulen, bei denen eine Knickgefahr nicht vorhanden sein dürfte, kann mit Vorteil ein anderer Weg zur Querschnittsbestimmung eingeschlagen werden, welcher sich anlehnt an die an Hand der Fig. 66÷67 für den doppelt armierten Balken abgeleitete Berechnung. Unter Beibehaltung der damals eingeführten Bezeichnungsweise ergibt sich

$$D_b + D_e - Z_e = P$$

$$\frac{ch'b}{2} \cdot \sigma_b + \lambda \cdot b \cdot h' \cdot n \cdot \sigma_b \frac{10c-1}{10 \cdot c} - \beta \cdot b \cdot h' \cdot n \cdot \sigma_b \cdot \frac{1-c}{c} = P$$

Hieraus folgt die der Gleichung 58 entsprechende Form:

$$116) \ldots \frac{c}{2} + \gamma \cdot n \frac{10 \cdot c - 1}{10 \cdot c} - \beta \cdot n \cdot \frac{1-c}{c} = \frac{P}{b \cdot h' \cdot \sigma_b}$$

Die Gleichung 59 bleibt unverändert bestehen. Setzt man den aus Gleichung 59 sich für λ ergebenden Wert in Gleichung 116 ein, so resultiert:

$$\frac{c}{2} + \frac{c}{2} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \beta \cdot n \cdot \frac{1-c}{c} = \frac{P}{b \cdot h' \cdot \sigma_b}$$

$$\beta = \frac{c}{n(1-c)}\left(\frac{c}{2} + \frac{c}{2} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{P}{b \cdot h' \cdot \sigma_b}\right)$$

$$117) \ldots \beta = \frac{c^2}{2n(1-c)} + \frac{c^2}{2n(1-c)} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{c \cdot P}{n(1-c) \cdot b \cdot h' \cdot \sigma_b}$$

Beachtet man die früher eingeführten Bezeichnungen, nach denen

$$\frac{c^2}{2n(1-c)} = H \quad \text{und} \quad \frac{c^2}{2n(1-c)} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} = O$$

gesetzt werden sollte, so erhält man die Gleichung

$$118) \ldots \beta = H + O \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{cP}{n(1-c)b \cdot h' \cdot \sigma_b}$$

Die Gleichung für λ ist durch die unveränderte Gleichung 62 gegeben.

Für die Berechnung der Grösse h' kann Gleichung 11 benutzt werden, in welcher jedoch an Stelle von σ_b die Grösse $\sigma_B = \sigma_b + \sigma_{bu}$ zu setzen ist (Fig. 67). Es ist darnach

$$\sigma_B = \frac{6 \cdot M}{h'^2 \cdot c \cdot b \cdot (3-c)}$$

Gleichung 11 war entwickelt aus der Gleichung

$$M = D_b \cdot \left(h' - \frac{x_0}{3}\right) = \frac{x_0 b}{2} \cdot \sigma_B \left(h' - \frac{x_0}{3}\right)$$

welche sich unter Annahme des Momentendrehpunktes in der Zugarmierungs-schwerlinie aus der Momentenaufstellung ergibt. Dieses Moment der inneren Kräfte muss natürlich gleich sein dem Moment der äusseren Last um denselben Drehpunkt, also gleich

$$P \cdot (h' - e + r) = P\,(h' - v)$$

Im allgemeinen wird die Schwerachse auch dann ziemlich nahe der Mittellinie liegen, wenn die Eisenquerschnitte f_e' und f_e nicht genau gleich gross sind; denn die Querschnitte f_e' und f_e dürfen bei rationeller Konstruktion nur kleine Bruchteile des Querschnittes $b \cdot h$ sein. Setzt man daher $h = 1{,}1 \cdot h'$ und angenähert $e = 0{,}5h = 0{,}5 \cdot 1{,}1 \cdot h'$, so resultiert:

$$M = P(h' - e + r) = P(h' - 0{,}55 \cdot h' + r) = P(0{,}45 \cdot h' + r)$$

Demnach

$$\sigma_B = \frac{6 \cdot P \cdot (0{,}45 \cdot h' + r)}{h'^2 \cdot c \cdot b \cdot (3-c)}$$

$$h'^2 \cdot \sigma_B \cdot c \cdot b \cdot (3-c) = 2{,}7 \cdot P \cdot h' + 6 \cdot P \cdot r$$

$$h'^2 - h' \cdot \frac{2{,}7 \cdot P}{\sigma_B \cdot c \cdot b \cdot (3-c)} - \frac{6P \cdot r}{\sigma_B \cdot c \cdot b\,(3-c} = o.$$

$$119) \ldots h' = \frac{1{,}35 \cdot P}{\sigma_B \cdot c \cdot b \cdot (3-c)} \pm \sqrt{\left(\frac{1{,}35 \cdot P}{\sigma_B \cdot c \cdot b \cdot (3-c)}\right)^2 + \frac{6 \cdot P \cdot r}{\sigma_B \cdot c \cdot b(3-c)}}$$

Setzt man $\sigma_{bu} = \xi \cdot \sigma_b$, so ist, wie früher,

$$\sigma_B = \sigma_b + \xi \cdot \sigma_b = \sigma_b(1 + \xi).$$

Zur Vereinfachung können nun die Werte K aus der Tabelle Seite 35 benutzt werden; es ist

$$K = \frac{1{,}04^2}{\sigma_b \cdot c \cdot (3-c)}$$

Demnach folgt

$$\sigma_b \cdot c \cdot (3-c) = \frac{1{,}04^2}{K}$$

$$\sigma_B \cdot c \cdot b \cdot (3-c) = \sigma_b(1+\xi) \cdot c \cdot b \cdot (3-c) = \frac{1{,}04^2}{K} \cdot (1+\xi) \cdot b.$$

Die Gleichung 119 kann also auch umgeformt werden in

$$120) \ldots h' = \frac{1{,}35 \cdot P \cdot K}{1{,}04^2 \cdot (1+\xi) \cdot b} \pm \sqrt{\left(\frac{1{,}35 \cdot P \cdot K}{1{,}04^2 \cdot (1+\xi) \cdot b}\right)^2 + \frac{6P \cdot r \cdot K}{1{,}04^2\,(1+\xi) \cdot b}}$$

Hat man nach Annahme von b, σ_b, σ_{bu} und σ_e die Grösse h' errechnet, so ist zunächst eine kurze Proberechnung zu machen, ob das Resultat des Ausdruckes

$$\frac{c}{2} + \frac{c}{2} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{P}{b \cdot h' \cdot \sigma_b}$$

ein positives oder ein negatives ist. Sollte sich ein negatives Resultat ergeben, so ist durch Änderung der angenommenen Beanspruchungen ein anderer Wert h' zu errechnen, welcher im vorgenannten Ausdruck ein positives Resultat erzielt; denn die für β ermittelte Gleichung

$$\beta = \frac{c}{n(1-c)} \cdot \left(\frac{c}{2} + \frac{c}{2} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{P}{b \cdot h' \cdot \sigma_b}\right)$$

kann nur einen positiven Wert ergeben, wenn der in Klammern stehende Faktor einen positiven Wert darstellt.

Würde bei Annahme von b, σ_b, und σ_{bu} die Bedingung $f_e' = f_e$ gestellt, so wäre $\beta = \lambda$, also folgt aus Gleichung 117 und 59:

$$\frac{c^2}{2n(1-c)} + \frac{c^2}{2n(1-c)} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{c \cdot P}{n(1-c) b \cdot h' \cdot \sigma_b} = \frac{c}{2} \cdot \frac{10 \cdot c}{n(10 \cdot c-1)} \cdot \frac{30-10c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b}$$

$$\frac{c^2}{2n(1-c)} \cdot \left(1 + \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{10(1-c)}{10c-1} \cdot \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{2P}{c \cdot b \cdot h' \cdot \sigma_b}\right) = 0.$$

$$121) \ldots \frac{c^2}{2n(1-c)} \cdot \left[1 + \frac{30-10 \cdot c}{27} \cdot \frac{20c-11}{10 \cdot c-1} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{2P}{c \cdot b \cdot h' \cdot \sigma_b}\right] = 0.$$

In vorstehender Gleichung sind die Grössen c und h' unbekannt. Man könnte nun zwar für h' den durch Gleichung 119 oder 120 gewonnenen Ausdruck einführen, doch würde damit der Ausdruck für c eine so komplizierte Form erhalten, dass es ratsamer scheint, unter Annahme bestimmter Werte c aus Gleichung 119 oder 120 die zugehörigen Dimensionen h' zu ermitteln und mit ihnen die Nullprobe nach Gleichung 121 zu machen. Man wird schon beim zweiten Wert für h' aus der Nullprobe erkennen, nach welcher Richtung c geändert werden muss, wenn die Gleichung 121 erfüllt werden soll.

Ist die Exzentrizität nicht durch das Mass r bekannt, sondern durch die Grösse v, so gilt:

$$h'^2 . \sigma_B . c . b . (3-c) = 6 . P . (h'-v)$$

$$h'^2 . \sigma_B . c . b . (3-c) - 6P . h' + 6P . v = o$$

$$h'^2 - h' . \frac{6P}{\sigma_B . c . b . (3-c)} + \frac{6P . v}{\sigma_B . c . b(3-c)} = o.$$

$$122) \ldots h' = \frac{3P}{\sigma_B . c . b(3-c)} \pm \sqrt{\left(\frac{3P}{\sigma_B . c . b(3-c)}\right)^2 - \frac{6P . v}{\sigma_B . c . b(3-c)}}$$

Oder entsprechend Gleichung 120:

$$123) \ldots h' = \frac{3 . P . K}{1{,}04^2 . (1+\xi) . b} \pm \sqrt{\left(\frac{3 . P . K}{1{,}04^2 . (1+\xi) . b}\right)^2 - \frac{6P . v . K}{1{,}04^2(1+\xi) . b}}$$

Wirkt die Belastung in der Entfernung v ausserhalb der Säulenkante, so ist v mit negativen Vorzeichen einzuführen und ergibt sich dann:

$$124) \ldots h' = \frac{3P}{\sigma_B . c . b . (3-c)} \pm \sqrt{\left(\frac{3P}{\sigma_B . c . b . (3-c)}\right)^2 + \frac{6P . v}{\sigma_B . c . b . (3-c)}}$$

bezw.

$$125) \ldots h' = \frac{3 . P . K}{1{,}04^2 . (1+\xi) . b} \pm \sqrt{\left(\frac{3 . P . K}{1{,}04^2(1+\xi)b}\right)^2 + \frac{6P . v . K}{1{,}04^2(1+\xi)b}}.$$

Im allgemeinen wird man bei Berechnung excentrisch belasteter Stützen die mit dem Werte K gebildeten Ausdrücke für h′ nicht verwenden können, weil schon die Bedingung

$$\frac{c}{2} + \frac{c}{2} . \frac{30-10 . c}{27} . \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} > \frac{P}{b . h' . \sigma_b}$$

auf die Annahme möglichst hoher Werte c hinweist, woraus eine niedrige Eisenbeanspruchung folgt. Während nun die K-Werte bei niedriger Eisenbeanspruchung die Betonspannung $\sigma_b = 40$ kg/qcm zur Voraussetzung haben, soll bei den Stützen σ_b die Grösse 25 kg/qcm nicht überschreiten. Man wird also mehr auf die Gleichungen 119, 122 und 124 angewiesen sein.

Berechnungsbeispiele.

1. Es ist eine Eisenbetonsäule von 3 m Höhe zu berechnen, welche durch P = 20000 kg exzentrisch belastet wird. Es betrage die Entfernung des Lastangriffspunktes von der Säulenmitte 28 cm, die Breite des Säulenquerschnittes sei 40 cm. Der Beton werde bis 25 kg/qcm, das Eisen in der Zugzone mit 150 kg/qcm beansprucht und die gedachte Überanspruchung σ_{bu} betrage 5 kg/qcm.

Die Tabelle auf Seite 35 weist den Wert K für das Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{150}{25} = 6$ nicht auf, so dass für die Berechnung von h′ die Gleichung 119 benutzt werden muss. Es ist

$$c = \frac{n}{n + \frac{\sigma_e}{\sigma_b}} = \frac{15}{15 + 6} = \frac{5}{7}$$

$$\sigma_B = \sigma_b + \sigma_{bu} = 25 + 5 = 30 \text{ kg/qcm}$$

$$h' = \frac{1{,}35 \,.\, 20000}{30 \cdot \frac{5}{7} \cdot 40 \cdot \frac{16}{7}} + \sqrt{\left(\frac{1{,}35 \,.\, 20000}{30 \cdot \frac{5}{7} \cdot 40 \cdot \frac{16}{7}}\right)^2 + \frac{6 \,.\, 20000 \,.\, 28}{30 \cdot \frac{5}{7} \cdot 40 \cdot \frac{16}{7}}}$$

$$h' = 13{,}8 + \sqrt{13{,}8^2 + 1715} = 57{,}5 \text{ cm.}$$

Nun ist

$$\frac{c}{2} + \frac{c}{2} \cdot \frac{30 - 10 \,.\, c}{27} \cdot \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} - \frac{P}{b \,.\, h' \,.\, \sigma_b} = \frac{5}{14} + \frac{5}{14} \cdot \frac{160}{7 \,.\, 27} \cdot \frac{1}{5} - \frac{20000}{40 \,.\, 57{,}5 \,.\, 25} = +0{,}0697.$$

Aus dem positiven Resultat ergibt sich, dass die gestellten Bedingungen erfüllt werden können.

Da die Tabelle auf Seite 71 den Wert $c = \frac{5}{7}$ nicht enthält, so kann Gleichung 118 zur Berechnung von β nicht benutzt werden, sondern die Ermittelung von β muss nach Gleichung 117 erfolgen. Es ist

$$\beta = \frac{5^2 \,.\, 7}{7^2 \,.\, 2 \,.\, 15 \,.\, 2} + \frac{5^2 \,.\, 7}{7^2 \,.\, 2 \,.\, 15 \,.\, 2} \cdot \frac{160}{7 \,.\, 27} \cdot \frac{1}{5} - \frac{5 \,.\, 20000 \,.\, 7}{7 \,.\, 15 \,.\, 2 \,.\, 40 \,.\, 57{,}5 \,.\, 25}$$

$$\beta = 0{,}05952 + 0{,}01008 - 0{,}05797 = 0{,}01163$$

$$f_e = 0{,}01163 \,.\, 57{,}5 \,.\, 40 = 26{,}75 \text{ qcm.}$$

Nach Gleichung 59 ist

$$\lambda = \frac{5}{14} \cdot \frac{50 \,.\, 7}{7 \,.\, 15 \,.\, 43} \cdot \frac{160}{7 \,.\, 27} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}0047$$

$$f_e' = 0{,}0047 \,.\, 57{,}5 \,.\, 40 = 10{,}8 \text{ qcm.}$$

Die Verschiebung des Schwerpunktes aus der Mitte beträgt bei $a = a' = \sim 6$ cm.

$$\frac{n(f_e - f_e') \cdot \frac{h' - a}{2}}{F_b + n(f_e + f_e')} = \frac{15 \,.\, 16 \,.\, 25{,}75}{(57{,}5 + 6) \,.\, 40 + 15 \,.\, 37{,}5} = \sim 2 \text{ cm.}$$

Diese Schwerpunktsverschiebung bedeutet zugleich eine Momentenvergrösserung, da die Exzentrizität nun $28 + 2 = 30$ cm beträgt. Die Momentenvergrösserung be-

trägt ungefähr $\frac{1}{14} = 7\,\%$. Sie kann unbedenklich vernachlässigt werden, da die Beanspruchungen eine geringe Vergrösserung wohl vertragen. Soll sie aber dennoch Berücksichtigung finden, so geschieht dies im vorliegenden Falle durch Verkleinerung von a oder a′ und damit zusammenhängender Vergrösserung von h′.

Die Grösse x_0 würde sich zu

$$\frac{5}{7} \cdot 57{,}5 = \sim 41 \text{ cm}$$

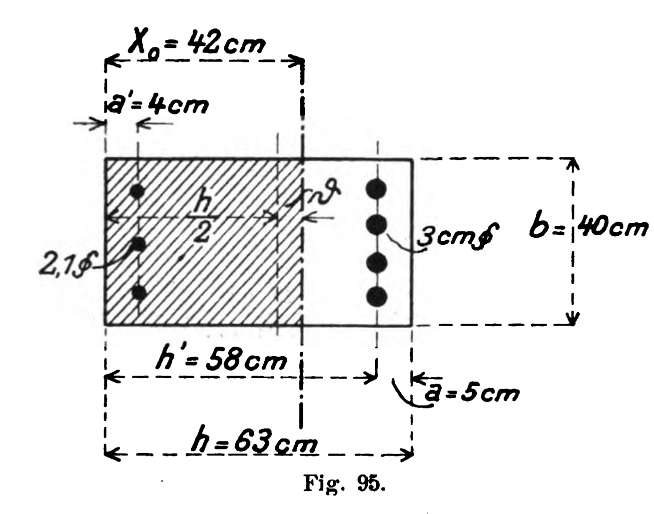


Fig. 95.

ergeben.

Würde man den Säulenquerschnitt entsprechend Fig. 95 ausbilden, so wäre

$$b = 40 \text{ cm},$$
$$a = 5 \text{ cm},$$
$$h' = h - a = 58 \text{ cm},$$
$$f_e' = 3 \,.\, 3{,}5 = 10{,}5 \text{ qcm},$$
$$h = 63 \text{ cm},$$
$$a' = 4 \text{ cm},$$
$$f_e = 4 \,.\, 7 = 28 \text{ qcm}.$$

Die Schwerpunktsverrückung aus der Säulenmitte beträgt

$$\vartheta = \frac{n f_e\left(\frac{h}{2} - a\right) - n f_e'\left(\frac{h}{2} - a'\right)}{b \,.\, h + n(f_e + f_e')}$$

$$\vartheta = \frac{15 \,.\, 28 \,.\, 26{,}5 - 15 \,.\, 10{,}5 \,.\, 27{,}5}{40 \,.\, 63 + 15 \,.\, 38{,}5} = 2{,}2 \text{ cm}.$$

Der Abstand des Lastangriffspunktes von der Säulendruckkante beträgt $v = \frac{h}{2} - 28 = 3{,}5$ cm. Nach Gleichung 114 ergibt sich bei $x_0 = 41$ cm

$$41^3 - 10{,}5 \,.\, 41^2 - \frac{90 \,.\, 41}{40}[10{,}5(-0{,}5) - 28 \,.\, 54{,}5] + \frac{90}{40} \cdot [10{,}5 \,.\, 4(-0{,}5) - 28 \,.\, 58 \,.\, 54{,}5]$$
$$= 68921 - 17650 + 141257 - 199188 = -6660$$

Für $x_0 = 42$ ergibt sich

$$42^3 - 10{,}5 \,.\, 42^2 - \frac{90 \,.\, 42}{40}(-1531{,}25) + \frac{90}{40} \cdot (-88529)$$
$$= 74088 - 18522 + 144602 - 199188 = +980$$

Es ist aus den beiden Resultaten ersichtlich, dass der Wert x_0, welcher die Gleichung 114 ganz genau erfüllen soll nur ganz unwesentlich kleiner sein muss als 42 cm, so dass wir letzteren Wert beibehalten können. Nach Gleichung 111 folgt nun

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 20000 \cdot 42}{42^2 \cdot 40 + 30 \cdot 10{,}5 \cdot 38 - 30 \cdot 28 \cdot 16} = \sim 24 \text{ kg/qcm.}$$

Daraus resultiert

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h' - x_0}{x_0} = 15 \cdot 24 \cdot \frac{16}{42} = \sim 137 \text{ kg/qcm.}$$

Die geringe Abweichung gegenüber den in der Aufgabe geforderten Beanspruchungen hat die Begründung in der Abänderung der Werte a und a′, deren Grössen in den für h′ abgeleiteten Formeln zu $\frac{h'}{10}$ berücksichtigt wurden und ferner in der Vergrösserung des Querschnittes f_e von 26,75 auf 28 qcm.

2. Welche Dimension h′ ergibt sich für die vorberechnete Stütze, wenn die Bedingung gestellt wird, dass $f_e = f_e'$ sein soll.

Um das geforderte Ziel zu erreichen muss der Zugarmierungsquerschnitt verkleinert werden, was durch Erhöhung von σ_e und damit verbundener Verkleinerung von c erzielt wird. Nimmt man zunächst einmal $c = \frac{4{,}5}{7} = \frac{9}{14}$ an, so folgt aus Gleichung 119

$$h' = \frac{27000 \cdot 14^2}{30 \cdot 9 \cdot 40 \cdot 33} \pm \sqrt{\left(\frac{27000 \cdot 14^2}{30 \cdot 9 \cdot 40 \cdot 33}\right)^2 + \frac{6 \cdot 20000 \cdot 28 \cdot 14^2}{30 \cdot 9 \cdot 40 \cdot 33}}$$

$$h' = 14{,}8 + \sqrt{14{,}8^2 + 1848} = \sim 60 \text{ cm.}$$

Die Gleichung 121 besteht aus zwei Faktoren, von denen der erste nur für c = o Null wird. Da dieser Fall hier überhaupt ausser Frage bleibt, so ist die Gleichung zu erfüllen, indem der zweite Faktor, also der Klammerausdruck, gleich Null gemacht wird. Für $c = \frac{9}{14}$ und h′ = 60 cm folgt:

$$1 + \frac{330}{14 \cdot 27} \cdot \frac{26}{76} \cdot \frac{1}{5} - \frac{2 \cdot 20000 \cdot 14}{9 \cdot 40 \cdot 60 \cdot 25} = 1{,}06 - 1{,}04.$$

Die Gleichung ist also sehr angenähert bereits erfüllt. Nehmen wir jetzt $c = \frac{4{,}4}{7}$, so folgt:

$$h' = \frac{27000 \cdot 7^2}{30 \cdot 4{,}4 \cdot 40 \cdot 16{,}6} + \sqrt{\left(\frac{27000 \cdot 7^2}{30 \cdot 4{,}4 \cdot 40 \cdot 16{,}6}\right)^2 + \frac{6 \cdot 20000 \cdot 28 \cdot 7^2}{30 \cdot 4{,}4 \cdot 40 \cdot 16{,}6}}$$

$$h' = 15{,}1 + \sqrt{15{,}1^2 + 1878} = 61 \text{ cm.}$$



Der Klammerausdruck von Gleichung 121 liefert alsdann

$$1+\frac{210-44}{7.27}\cdot\frac{88-77}{44-7}\cdot\frac{1}{5}-\frac{2.20000.7}{4,4.40.61.25}=1,054-1,043.$$

Aus den beiden erzielten Resultaten kann man annehmen, dass bei $c=\frac{4,3}{7}$ die Gleichung 121 fast genau erfüllt sein wird. Die Grösse h' wird sich für diesen Wert c zu ungefähr 62 cm ergeben und der Eisenquerschnitt $f_e = f_e$ folgt zu

$$f_e' = f_e = \lambda . b . h' = \frac{4,3}{14}\cdot\frac{43}{7.2.15.2,7}\cdot\frac{167}{7.27}\cdot\frac{1}{5}\cdot 40.62$$

$$f_e' = f_e = \sim 10,1 \text{ qcm}.$$

Bei diesen geringen Eisenquerschritten könnte man natürlich die Grössen a und a' kleiner annehmen als $\frac{h'}{10}$. Wir nehmen $a = a' = 4,5$ cm an und wählen als Eiseneinlagen je 4 Rundeisen von 1,8 cm Durchmesser, so dass $f_e' = f_e = 4.2,545 = \sim 10,2$ qcm wird. Infolge der Verkleinerung von a' kann auch die Grösse h ein wenig reduziert werden und zwar wird h zu 66 cm angenommen, obwohl dem Rechnungsgang die Annahme $h = 1,1 . h' = \sim 68$ zugrunde liegt. Es ist somit $h' = h - a = 61,5$ cm. Die Grösse x_0 wird sich zu ungefähr $\frac{4,3}{7}\cdot 61,5 = \sim 38$ cm ergeben. Die Grösse v beträgt $\frac{h}{2} - 28 = 33 - 28 = 5$ cm. Nach Gleichung 114a wäre

$$38^3 - 15.38^2 - \frac{90}{40}\cdot 38.10,2.(-66+10) + \frac{90.10,2}{40}\cdot(4,5.0,5-61,5.56,5)$$

$$= 54872 - 21660 + 48838 - 79694 = +2356$$

Für $x_0 = 37$ wäre

$$37^3 - 15.37^2 + \frac{90}{40}\cdot 37.10,2.56 - \frac{90.10,2}{40}\cdot 3472,5$$

$$= 50653 - 20535 + 47553 - 79694 = -2024.$$

Es ist ersichtlich, dass der genaue Wert für x_0 angenähert die Grösse 37,5 cm haben muss. Aus Gleichung 112 folgt dann

$$\sigma_b = \frac{3.20000.37,5}{37,5^2.40 + 30.10,2(75-66)} = 25,4 \text{ kg/qcm}.$$

$$\sigma_e = n.\sigma_b\cdot\frac{h'-x_0}{x_0} = 15.25,4\cdot\frac{61,5-37,5}{37,5} = 244 \text{ kg/qcm}.$$

$$\sigma_e' = n.\sigma_b\cdot\frac{x_0-a'}{x_0} = 15.25,4\cdot\frac{37,5-4,5}{37,5} = 335 \text{ kg/qcm}.$$

9. Die Eisenbetonfachwerkkonstruktionen.

Die Berechnung der Eisenbetonfachwerkkonstruktionen ergibt sich ohne weiteres aus den Folgerungen der vorangehenden Kapitel. Die Spannkräfte in den einzelnen Fachwerkstäben werden genau wie bei jedem anderen Fachwerksystem ermittelt und zwar entweder rechnerisch vermittelst der Methode der Momente (Ritter'sche Methode) oder graphisch durch Aufzeichnen von Kräfteplänen oder Einflusslinien.

Für die Druckstäbe gilt dann alles das, was bei den zentrisch belasteten Stützen gesagt wurde. Der Betonquerschnitt F_b ist also um den n-fachen Eisenquerschnitt F_e zu vergrössern und alsdann bei einer Stabdruckspannung S_D die Beanspruchung des Betons aus

$$\sigma_b = \frac{S_D}{F_b + nF_e}$$

zu berechnen. Die Eisenbeanspruchung σ_e in den Druckstäben hat alsdann die Grösse $n \cdot \sigma_b$.

Für die Glieder mit Zugspannungen von der Grösse S_z kommen natürlich für die Spannungsübertragung nur die Eiseneinlagen in Betracht. Für diese Stäbe ist $\sigma_e = \frac{F_e}{S_z}$ und darf σ_e bis 1000 kg/qcm betragen.

---

10. Die Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen mit Berücksichtigung der Zugfestigkeit im Beton.

Es wurde früher bereits angedeutet, dass für Konstruktionen in Räumen mit angreifenden Dämpfen etc. häufig die Bedingung gestellt wird, dass bei Berücksichtigung der Zugspannungen dieselben doch immer unter der Bruchfestigkeit bleiben sollen, damit ein Reissen des Betons nicht zu erwarten steht. Als zulässig wird die Zugspannung bezeichnet, welche $^2/_3$ der durch Versuche festgestellten Zugfestigkeit nicht überschreitet. Sind Versuche über die Zugfestigkeit nicht gemacht, so soll als zulässig nur $^1/_{10}$ der Druckfestigkeit angenommen werden. σ_{bz} würde also im allgemeinen bis etwa 20 kg/qcm gestattet werden können.

Für die Berechnung ist nun die Kenntnis des elastischen Verhaltens von Beton gegen Zug wichtig, doch wurde bereits früher darauf hingewiesen, dass hierüber Erfahrungen noch nicht in so umfangreichem Masse gesammelt sind, um mit Bestimmtheit Aufschluss über so viele auftauchende Fragen geben zu können. Bezüglich der Grösse der Elastizitätsziffern schwanken die Versuchsresultate in ziemlich weiten Grenzen und es steht mit Sicherheit nur fest, dass bei ganz geringen Spannungen der Elastizitätsmodul ziemlich gleich demjenigen für Druck ist, dass er aber bei wachsender Zugspannung wesentlich rascher sinkt, als bei wachsender Druckspannung. Man könnte sich demnach die Zugzone des Betons als aus einem Material bestehend denken, welches im Mittel einen anderen

Elastizitätsmodul hat, als das Material der Druckzone. Wird die Elastizitätsziffer des Betons auf Druck mit E_b bezeichnet, so war bekanntlich die Elastizitätsziffer für Eisen in die Beziehung $E_e = n \cdot E_b$ gebracht, wobei $n = 15$ war. Ganz entsprechend könnte für die Elastizitätsziffer E_{bz} des gezogenen Betons gesetzt werden

$$E_{bz} = n' \cdot E_b$$

worin n' einen Faktor < 1 darstellt. In welcher Weise die gesammelten Erfahrungen für die Grösse n' schwanken, geht daraus hervor, dass diese Zahl zwischen 0,1 und 0,75 angegeben wird. Nach den preussischen amtlichen Vorschriften ist sogar $n' = 1$ zu setzen.

Nach den früheren Ableitungen und Folgerungen bietet nun die Berechnung keinerlei Schwierigkeiten. So wie der Eisenquerschnitt durch Multiplikation mit n in einen statisch gleichwertigen Betonquerschnitt verwandelt wurde, so wird auch der Zugzonenquerschnitt durch Multiplikation mit n' auf die Materialbeschaffenheit in der Druckzone reduziert. Natürlich gilt auch hier das Gesetz, dass die Nullinie mit der Schwerachse der tragenden Querschnitte zusammenfällt, wobei aber die vorbesprochene Reduktion des Eisen- und Betonzugquerschnittes nötig ist. Unter Hinweis auf die Bezeichnungsweise in Fig. 46 würde dann zur Bestimmung der Nullinienlage folgende Gleichung für die einfach armierte Konstruktion aufzustellen sein:

$$\frac{b \cdot x_0^2}{2} - n' \frac{b(h' - x_0 + a)^2}{2} - n \cdot f_e(h' - x_0) = o$$

$$\frac{b \cdot x_0^2}{2} - \frac{n' \cdot b \cdot h'^2}{2} + \frac{2 \cdot n' \cdot b \cdot h'}{2} x_0 - \frac{n' b x_0^2}{2} - \frac{2n' \cdot b \cdot h' a}{2} + \frac{2n' b x_0 a}{2} - \frac{n' b a^2}{2} - n f_e h' + n f_e \cdot x_0 = o$$

$$x_0^2 \cdot \frac{b - n' b}{2} + x_0(n' \cdot b \cdot h' + n' b a + n f_e) - \frac{n' b h'^2}{2} - n' \cdot b \cdot h' a - \frac{n' b a^2}{2} - n f_e \cdot h' = o$$

$$x_0^2 \cdot \frac{b(1 - n')}{2} + x_0(n' \cdot b \cdot h + n \cdot f_e) - \frac{1}{2} n' \cdot b \cdot h^2 - n f_e h' = o.$$

Diese quadratische Gleichung ist nach x_0 in bekannter Weise aufzulösen.

Nun kann das Trägheitsmoment J_n in Bezug auf die Nullinie ermittelt werden und zwar ergibt sich

$$J_n = \frac{x_0^3 b}{3} + n' \frac{(h - x_0)^3 b}{3} + n \cdot f_e(h' - x_0)^2$$

so dass sich nunmehr die Beanspruchungen wie folgt berechnen lassen

$$\sigma_b = \frac{M \cdot x_0}{\frac{x_0^3 b}{3} + n' \frac{(h - x_0)^3 b}{3} + n f_e(h' - x_0)^2}.$$

$$\sigma_e = n \cdot \frac{M(h' - x_0)}{\frac{x_0^3 b}{3} + n' \cdot \frac{(h - x_0)^3 b}{3} + n f_e (h' - x_0)^2}$$

$$\sigma_{bz} = n' \cdot \frac{M(h - x_0)}{\frac{x_0^3 b}{3} + n' \cdot \frac{(h - x_0)^3 b}{3} + n \, . \, f_e (h' - x_0)^2}.$$

In ganz allgemeiner Fassung lauten letztere 3 Gleichungen:

126) . . . . $\sigma_b = \frac{M \, . \, x_0}{J_n}$

127) . . . . $\sigma_e = n \cdot \frac{M(h' - x_0)}{J_n}$

128) . . . . $\sigma_{bz} = n' \cdot \frac{M(h - x_0)}{J_n}.$

Für $n' = 1$ würde x_0 sich ergeben zu

129) . . . . $x_0 = \frac{\frac{bh^2}{2} + nf_e h'}{bh + nf_e}$

und Gleichung 128 übergehen in

130) . . . . $\sigma_{bz} = \frac{M(h - x_0)}{J_n}.$

Letztere beiden Gleichungen kommen bei Berechnungen nach den preussischen amtlichen Vorschriften in Betracht.

In ganz analoger Weise würden alle anderen Tragsysteme zu berechnen sein, doch scheint es wohl unnötig, weiter darauf einzugehen, da eben der Rechnungsgang genau derselbe ist.

---

11. Die Eisenbetongewölbekonstruktionen.

Die Form eines Gewölbes ist dann wirtschaftlich am günstigsten, wenn die Mittellinie [1]) des Gewölbegurtes ganz mit der Druck- oder Stützlinie zusammenfällt. Natürlich lässt sich das nur für eine ruhende ständige Belastung durchführen, da bei wechselnder Belastung die Form der Stützlinie stete Änderungen erfährt.

---

1) Als Mittellinie ist die Nullinie N–N (Fig. 46) aufzufassen.

Die Form der Stützlinie bei einer bestimmten Belastung ist gegeben, wenn der Horizontalschub H (Fig. 96) bekannt ist. Zur Ermittelung desselben kann man annehmen, dass die Stützlinie durch die Mitte der Scheitelfuge sowie durch die Mitten der Kämpferfugen geht. Man behandelt also den Bogen wie einen Dreigelenkbogen. Hat man hiernach H bestimmt und die Stützlinie gezeichnet, so

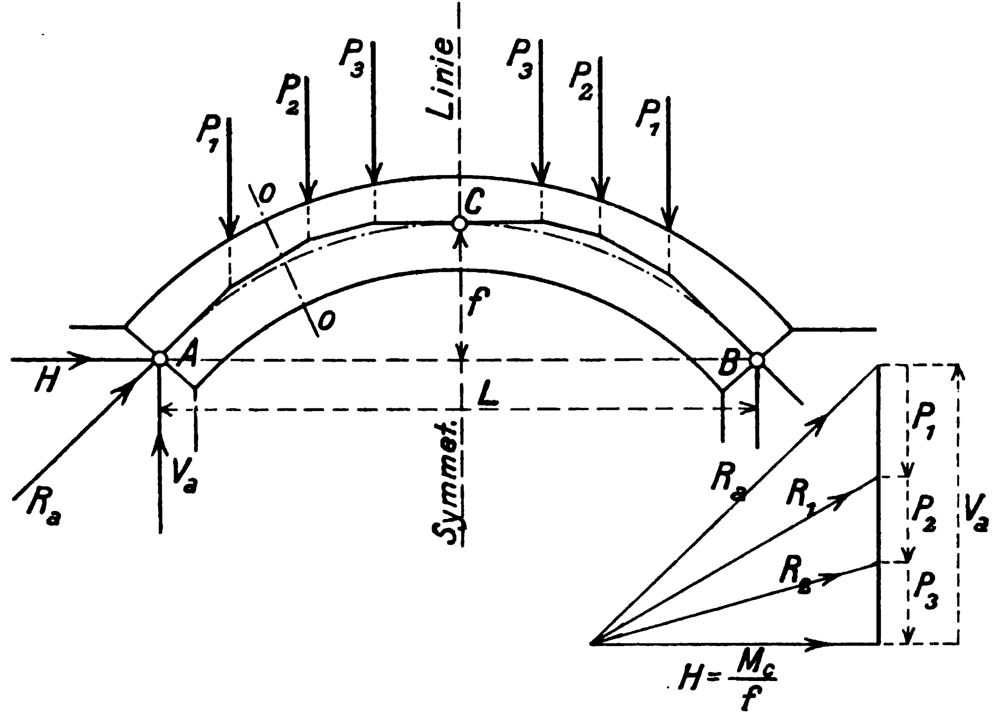


Fig. 96.

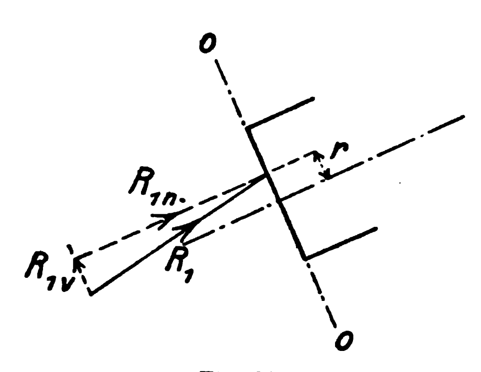


Fig. 96a.

kann an die Festigkeitsberechnung herangetreten werden. Denkt man sich z. B. den Schnitt o—o, so wirkt auf denselben die exzentrisch angreifende Belastung R_1. Nach Fig. 96a könnte man R_1 zerlegen in eine Parallelkomponente zur Bogentangente im Schnitt o—o und in eine Komponente normal dazu. Letztere fällt also in die Ebene des Schnittes und erzeugt nur Scherspannungen. Die Berechnung hinsichtlich der Komponente R_{1n} hat in genau derselben Weise zu erfolgen, wie bei exzentrischer Säulenbelastung. Fällt die Komponente R_{1n} mit dem Bogenelement zusammen, so hat die Berechnung wie bei zentrischer Säulenbelastung zu erfolgen. Es erübrigt sich demnach, hierauf weiter einzugehen. Es wird indes auch häufig bei den Gewölben verlangt, dass die Zugfestigkeit des Betons rechnerische Berücksichtigung finde, und zwar soll dann die Betonzugbeanspruchung 10 bis 15 kg/qcm nicht überschreiten, damit Rissebildungen mit Sicherheit ausgeschlossen sind. Für

die Ermittelung der Beanspruchungen kommen dann folgende Formeln in Betracht, in denen R_n allgemein die Komponente der Stützlinienkraft parallel zum Bogenelement und r den Abstand derselben von der Schwerachse des Querschnittes bedeutet.

$$131) \quad \sigma_b = \left(\frac{R_n}{F} + \frac{R_n \cdot r}{J_n} \cdot x_0\right)$$

$$132) \quad \sigma_{bz} = n' \cdot \left(+ \frac{R_n}{F} - \frac{R_n \cdot r(h - x_0)}{J_n}\right) \quad ^{1)}$$

$$133) \quad \sigma_e = n\left(+ \frac{R_n}{F} - \frac{R_n \cdot r(h' - x_0)}{J_n}\right). \quad ^{1)}$$

Obwohl die Ermittelung von H in das Gebiet der allgemeinen Statik gehört, so soll doch kurz noch einmal darauf eingegangen werden. Man stellt zweckmässig die Momentengleichung für den Scheitelpunkt der Bogenmittellinie auf und berücksichtigt, dass das Moment gleich Null sein muss: denn die Drucklinie soll ja durch den Scheitelpunkt hindurch gehen. Es gilt also allgemein bei der Bogenpfeilhöhe f:

$$H \cdot f = M_c.$$

Bezeichnet man mit L die Spannweite des Bogens und mit p die Verkehrslast pro m Länge, darf ferner auch das Eigengewicht pro m Länge als gleichmässig verteilt wirkend angenommen werden und wird es mit g pro m in Rechnung geführt, so gilt

$$M_c = \frac{p \cdot L^2}{8} + \frac{g \cdot L^2}{8},$$

sofern sich die Belastung auf die ganze Bogenspannweite erstreckt. Es ist somit für diesen Fall

$$H = \frac{L^2}{8f}(p + g).$$

Die Grösse der Vertikalreaktion folgt zu

$$V_a = \frac{L}{2}(p + g).$$

Aus V_a und H lässt sich nun die resultierende Reaktion konstruieren und die Stützlinie aufzeichnen.

Für die Bogenberechnung muss indes immer einseitige Verkehrslast berücksichtigt werden. Die halbe Belastung kann natürlich auch nur zum Momente

1) Negatives Ergebnis deutet Zugspannung an.

M_c den halben Beitrag liefern, so dass bei Verkehrsbelastung der einen Bogenhälfte resultiert

$$M_c = \frac{pL^2}{16} + \frac{g \cdot L^2}{8}$$

$$H = \frac{L^2}{8f}\left(\frac{p}{2} + g\right)$$

und

$$V_a = \frac{pL}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{gL}{2} = \frac{L}{2}\left(\frac{3}{4}p + g\right).$$

In der Horizontalentfernung x vom Auflager A hat die Vertikalkomponente V_x nur noch die Grösse

$$V_x = V_a - (g + p) \cdot x = \frac{L}{2}\left(\frac{3p}{4} + g\right) - x(g + p).$$

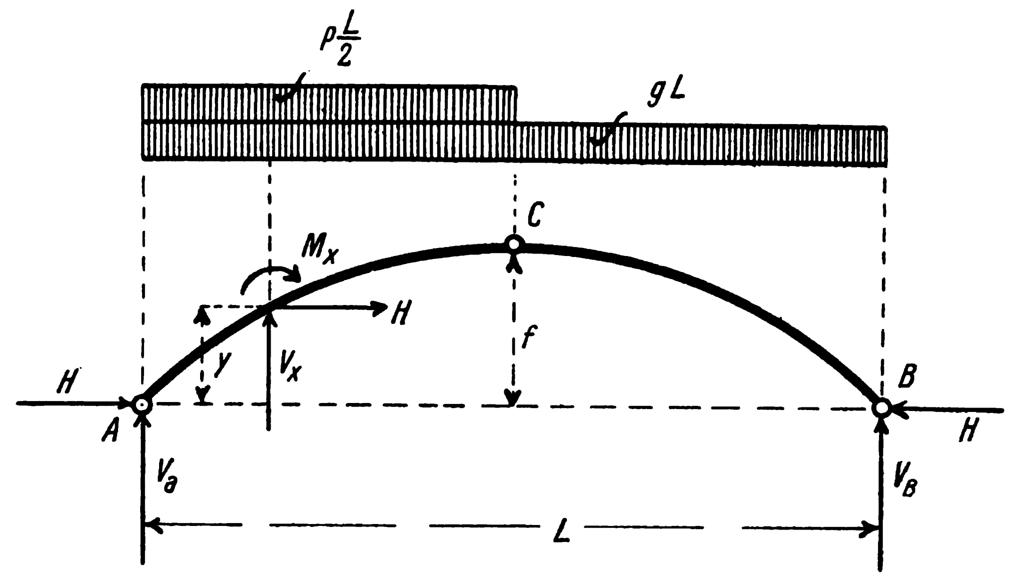


Fig. 97.

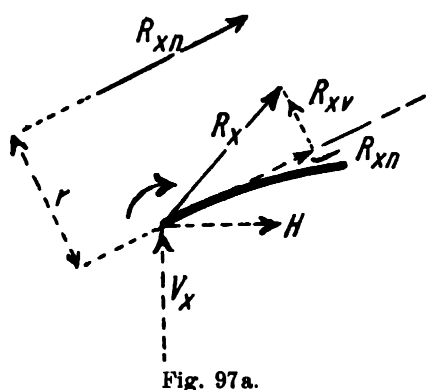


Fig. 97a.

Die Horizontalkraft bleibt natürlich unverändert gleich H, da der Bogen nur von vertikalen Lasten in Anspruch genommen ist.

Aus V_x und H ergibt sich die Resultante R_x, welche nach Fig. 97a zerlegt werden kann in die dem Bogenelement parallele Komponente R_{xn} und in die normal dazu gerichtete Komponente R_{xv}. Im betrachteten Schnitt wirken nun aber nicht allein die Kräfte R_{xn} und R_{xv}, sondern auch ein Moment, welches sich aus den links vom Schnitt wirkenden Kräften ergibt zu

$$M_x = V_a \cdot x - (g + p) \cdot \frac{x^2}{2} - H \cdot y$$

$$M_x = \frac{L}{2}\left(\frac{3p}{4} + g\right) \cdot x - (g + p) \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{L^2}{8 \cdot f}\left(\frac{p}{2} + g\right) \cdot y.$$

Die Kräfte R_{xn} und R_{xv} sowie das Moment M_x resultieren aus den Kräften links des Schnittes. Sie halten also den Kräften rechts des Schnittes das Gleichgewicht. Eine Kraft in Verbindung mit einem Moment kann nun jederzeit ersetzt werden durch eine andere Einzelkraft, welche parallel, gleich gross und gleich gerichtet ist der ursprünglichen Kraft, aber von letzterer einen bestimmten Abstand hat. Dieser Abstand muss so gross sein, dass die Kraft, multipliziert mit dem Abstand, die bekannte Momentengrösse ergibt.

Im vorliegenden Falle könnte die Komponente R_{xn} verschoben werden um

$$r = \frac{M_x}{R_{xn}}$$

Durch die Ermittelung von r ist die Lage der Resultierenden aller biegenden Kräfte links vom Schnitt gegeben und die Berechnung erfolgt wie bei den exzentrisch belasteten Säulen.

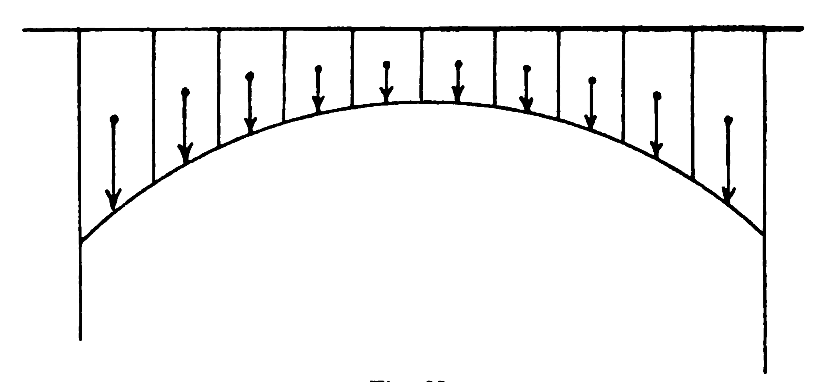


Fig. 98.

Kann man das Eigengewicht nicht als auf die ganze Länge gleichmässig verteilt ansehen, so denkt man sich dasselbe durch möglichst viele Einzellasten ersetzt. So z. B. könnte ein Belastungsbild nach Fig. 98 in viele Parallelstreifen zerlegt werden, deren jeder wiederum als Trapez aufgefasst und durch eine im Schwerpunkt angreifende Einzellast ausgedrückt werden kann.

Es soll zum Schlusse noch auf die Tolkmittschen Formeln hingewiesen werden, welche eine rasche Bestimmung der Gewölbebeanspruchungen gestatten. Die Gewölbeform muss dabei derart gewählt sein, dass die Mittellinie oder Nullinie zusammenfällt mit der aus Eigengewicht und halbierter Verkehrslast konstruierten Stützlinie.

In den Tolkmittschen Formeln sind alle Kräfte auf die Raumeinheiten des Gewölbematerials reduziert. Um die Kräfte selbst zu erhalten müssen dann die errechneten Raumeinheiten multipliziert werden mit dem Raumeinheitsgewicht (spez. Gew.) des Gewölbemateriales.

Betrachtet man einen Gewölbestreifen von 1 m Tiefe, so sind die in die Berechnungen einzuführenden Belastungen gleich den Höhen gleichwertiger Lasten, ausgedrückt in Gewölbematerial.

Es bedeutet:

h die Gewölbegurtquerschnittshöhe in m = Gewölbestärke im Scheitel,

h_1 die Höhe der Eigengewichtsauflast oberhalb der Gewölbescheiteloberkante reduziert auf Gewölbematerial in m,

h_2 die Verkehrsauflast reduziert auf Gewölbematerial in m,

f die Pfeilhöhe in m,

L die Spannweite in m,

q die Verkehrslast in kg pro qm.

Nimmt man in diesem Falle das spezifische Gewicht des Eisenbetons zu 2000 kg an, damit bei der Umrechnung von q in h_2 eher etwas zu grosse Werte erzielt werden, so ist

$$h_2 = \frac{q}{2000}.$$

Für den Horizontalschub ergibt sich die Annäherungsformel

$$134) \quad \ldots \quad H = 0{,}15 \cdot \frac{L^2}{f}\left(h + h_1 + \frac{h_2}{2} + \frac{f}{10}\right) \qquad \text{(cbm).}$$

Die Flächenspannung in der Scheitelfuge resultiert dann zu

$$135) \quad \ldots \quad \sigma_{bs} = \frac{H}{h \cdot 1} \qquad \text{(cbm/qm)}$$

und für h gilt die Beziehung

$$136) \quad \ldots \quad h \geqq \frac{L}{10}\sqrt{\frac{4 \cdot h_2}{\sigma_{bs}}} \qquad \text{(m).}$$

Man muss also zunächst einmal h annehmen und daraus H und σ_{bs} ermitteln, oder man nimmt umgekehrt σ_{bs} an und berechnet daraus h und H.

Das Druckbeanspruchungsmaximum im Gewölbegurt ergibt sich dann zu

$$137) \quad \ldots \quad \sigma_{b\,max} = \sigma_{bs} + 0{,}06 \cdot h_2 \cdot \frac{L^2}{h^2} \qquad \text{(cbm/qm).}$$

Das Druckbeanspruchungsminimum ergibt sich zu

$$138) \quad \ldots \quad \sigma_{b\,min} = \sigma_{bs} - 0{,}06 \cdot h_2 \cdot \frac{L^2}{h^2} \qquad \text{(cbm/qm).}$$

Ergibt sich für $\sigma_{b\,min}$ eine Beanspruchung mit negativem Vorzeichen, so deutet dies die Zugbeanspruchung an.

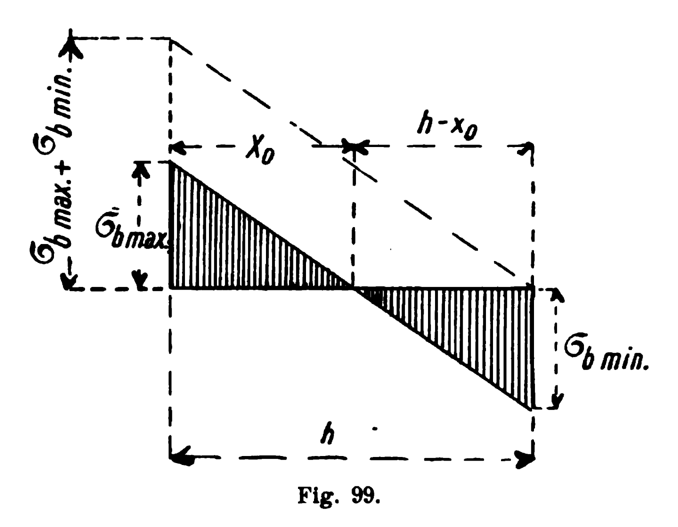


Fig. 99.

Nach Fig. 99 ergibt sich der Inhalt der Zugspannungsfläche aus

$$(\sigma_{b\,max} + \sigma_{b\,min}) : h = \sigma_{b\,min} : (h - x_0)$$

$$h - x_0 = \frac{\sigma_{b\,min}}{\sigma_{b\,max} + \sigma_{b\,min}} \cdot h$$

zu

$$\sigma_{b\,min} \cdot \frac{h - x}{2} = \frac{\sigma_b{}^2{}_{min}}{2(\sigma_{b\,max} + \sigma_{b\,min})} \cdot h \qquad \text{(cbm)}$$

und die gesamte Zugkraft in kg folgt daraus bei 2000 kg/cbm Einheitsgewicht zu

$$139) \;\ldots\ldots\; Z = 2000 \cdot \frac{\sigma_b{}^2{}_{min}}{2(\sigma_{b\,max} + \sigma_{b\,min})} \cdot h.$$

In diese Gleichung ist der negative Wert $\sigma_{b\,min}$ ohne Rücksicht auf sein Vorzeichen in seiner absoluten Grösse einzuführen. Die Eiseneinlagen können nach der Zugkraft Z dimensioniert werden.

Berechnungsbeispiel.

Ein Gewölbe habe 15 m Spannweite und 3 m Pfeilhöhe. Die Auflast oberhalb des Scheitelpunktes in Eisenbetonmaterial umgewandelt gedacht habe eine Höhe $h_1 = 0{,}40$ m und die Nutzlast betrage 500 kg pro qm Grundriss. Es ergibt sich daraus

$$h_2 = \frac{500}{2000} = 0{,}25.$$

Die Maximaldruckbeanspruchung soll 50 kg/qcm, die Maximalzugbeanspruchung 10 kg/qcm nicht überschreiten.

Führt man diese Zahlen auf die Kubikmeterzahl pro Quadratmeter zurück, so ergibt sich

$$\sigma_{b\,max} = \frac{50 \,.\, 10000}{2000} = 250 \text{ cbm/qm}$$

$$\sigma_{b\,min} = \frac{10 \,.\, 10000}{2000} = 50 \text{ cbm/qm.}$$

Für die Beanspruchung in der Scheitelfuge σ_{bs} nehmen wir zunächst die Hälfte von $\sigma_{b\,max}$ an und finden damit aus Gleichung 136

$$h \geqq \frac{15}{10}\sqrt{\frac{4 \,.\, 0{,}25}{125}} = 0{,}135 \text{ m.}$$

Aus Gleichung 134 folgt:

$$H = 0{,}15 \cdot \frac{15^2}{3}\left(0{,}135 + 0{,}4 + \frac{0{,}25}{2} + 0{,}3\right)$$

$$H = 10{,}8 \text{ cbm} = 21600 \text{ kg.}$$

Die wirkliche Beanspruchung in der Scheitelfuge ergibt sich dann zu

$$\sigma_{bs} = \frac{10{,}8}{0{,}135} = 80 \text{ cbm/qm} = 16 \text{ kg/qcm.}$$

Nach Gleichung 137 folgt

$$\sigma_{b\,max} = 80 + 0{,}06 \,.\, 0{,}25 \cdot \frac{15^2}{0{,}135^2} = 265 \text{ cbm/qm}$$

$$\sigma_{b\,min} = 80 - 0{,}06 \,.\, 0{,}25 \cdot \frac{15^2}{0{,}135^2} = -\,105 \text{ cbm/qm.}$$

Da die Grösstbeanspruchung, namentlich $\sigma_{b\,min}$, die angenommene Grenze überschreitet, so wird die Berechnung nochmals mit grösser gewähltem h durchgeführt. Für h = 0,18 folgt:

$$H = 0{,}15 \cdot \frac{225}{3}(0{,}18 + 0{,}4 + 0{,}125 + 0{,}3) = 11{,}306 \text{ cbm} = 22612 \text{ kg}$$

$$\sigma_{bs} = \frac{11{,}306}{0{,}18} = \sim 63 \text{ cbm/qm}$$

$$\sigma_{b\,max} = 63 + 0{,}06 \,.\, 0{,}25 \cdot \frac{225}{0{,}18^2} = 167 \text{ cbm/qm.}$$

$$\sigma_{b\,min} = 63 - 0{,}06 \,.\, 0{,}25 \cdot \frac{225}{0{,}18^2} = -\,41 \text{ cbm/qm.}$$

Für h = 0,18 m bleiben also die Beanspruchungen zulässig und die Zugkraft welche durch Eisen aufzunehmen ist, ergibt sich auf 1 m Gewölbetiefe zu

$$z = 2000 \cdot \frac{41^2}{2 \,.\, 208} \cdot 0{,}18 = \sim 14500 \text{ kg.}$$

Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten.

(Runderlass des Ministers der öffentlichen Arbeiten; Berlin, den 24. Mai 1907.)

I. Allgemeine Vorschriften.

A. Prüfung.

§ 1.

1. Der Ausführung von Bauwerken oder Bauteilen aus Eisenbeton hat eine besondere baupolizeiliche Prüfung voranzugehen. Zu diesem Zwecke sind bei Nachsuchung der Bauerlaubnis für ein Bauwerk, welches ganz oder zum Teil aus Eisenbeton hergestellt werden soll, Zeichnungen, statische Berechnungen und Beschreibungen beizubringen, aus denen die Gesamtanordnung und alle wichtigen Einzelheiten zu ersehen sind.

Falls sich der Bauherr oder Unternehmer erst im Verlauf der Ausführung des Baues für die Eisenbetonbauweise entscheidet, hat die Baupolizeibehörde darauf zu halten, dass die vorbezeichneten Unterlagen für die Prüfung der in Eisenbeton auszuführenden Bauteile rechtzeitig vor dem Beginn ihrer Ausführung beigebracht werden. Mit der Ausführung darf in keinem Fall vor erteilter Genehmigung begonnen werden.

2. In der Beschreibung ist der Ursprung und die Beschaffenheit der zum Beton zu verwendenden Baustoffe, ihr Mischungsverhältnis, der Wasserzusatz sowie die Druckfestigkeit, die der zu verwendende Beton aus den auf der Baustelle zu entnehmenden Baustoffen in dem vorgesehenen Mischungsverhältnis nach 28 Tagen in Würfelkörpern von 30 cm Seitenlänge erreichen soll, anzugeben. Die Druckfestigkeit ist auf Erfordern der Baupolizeibehörde vor dem Beginn durch Versuche nachzuweisen.

3. Der Beton soll nach Gewichtseinheiten gemischt werden; als Einheit hat der Sack = 57 kg oder das Fass = 175 kg Zement zu gelten. Die Zuschläge können entweder zugewogen oder in Gefässen zugemessen werden, deren Inhalt vorher so zu bestimmen ist, dass sein Gewicht dem vorgesehenen Mischungsverhältnis entspricht.

4. Die Vorlagen sind von dem Bauherrn, dem Unternehmer, der den Entwurf aufgestellt hat, und demjenigen, der die Ausführung bewirkt, zu unterschreiben. Ein Wechsel in der Person des ausführenden Unternehmers ist der Polizeibehörde sofort mitzuteilen.

§ 2.

1. Die Eigenschaften der zum Beton zu verwendenden Baustoffe sind erforderlichenfalls durch Zeugnisse einer amtlichen Prüfungsanstalt nachzuweisen. Diese Zeugnisse dürfen in der Regel nicht älter als ein Jahr sein.

2. Es darf nur Portlandzement verwendet werden, der den preussischen Normen entspricht. Die Zeugnisse über die Beschaffenheit müssen Angaben über Raumbeständigkeit, Bindezeit, Mahlfeinheit sowie über Zug- und Druckfestigkeit enthalten. Von der Raumbeständigkeit und Bindezeit hat sich der Ausführende durch eigene Proben zu überzeugen.

3. Sand, Kies und sonstige Zuschläge müssen zur Betonbereitung und zu dem beabsichtigten Verwendungszwecke geeignet sein. Das Korn der Zuschläge darf nur so grob

sein, dass das Einbringen des Betons und das Einstampfen zwischen den Eiseneinlagen und zwischen der Schalung und den Eiseneinlagen noch mit Sicherheit und ohne Verschiebung der Eisen möglich ist.

§ 3.

1. Das Verfahren der statischen Berechnung muss mindestens dieselbe Sicherheit gewähren wie die Berechnung nach den Leitsätzen in Abschnitt II und nach dem Rechnungsverfahren mit Beispielen in Abschnitt III dieser Bestimmungen. Dies ist auf Erfordern von dem Unternehmer nachzuweisen.

2. Bei noch unerprobter Bauweise kann die Baupolizeibehörde die Zulassung von dem Ausfalle zuvoriger Probeausführungen und Belastungsversuche abhängig machen. Die Belastungsversuche sind bis zum Bruche durchzuführen.

B. Ausführung.

§ 4.

1. Die Baupolizeibehörde kann die Eigenschaften der in der Verarbeitung begriffenen Baustoffe durch eine amtliche Prüfungsanstalt oder in einer sonst ihr geeignet scheinenden Weise feststellen sowie eine Festigkeitsprüfung des aus ihnen hergestellten Betons vornehmen lassen. Die Prüfung der Festigkeit kann auch auf der Baustelle mittels einer Betonpresse, deren Zuverlässigkeit durch eine amtliche Prüfungsanstalt bescheinigt ist, erfolgen.

2. Die für die Prüfung bestimmten Betonkörper müssen Würfelform von 30 cm Seite erhalten. Die Probekörper sind mit der Bezeichnung des Anfertigungstages zu versehen, durch ein Siegel zu kennzeichnen und bis zu ihrer Erhärtung nach Anweisung der Baupolizeibehörde aufzubewahren.

3. Der Zement ist in der Ursprungspackung auf die Verwendungsstelle anzuliefern.

4. Das Mischen des Betons muss derart erfolgen, dass die Menge der einzelnen Bestandteile dem vorgesehenen Mischungsverhältnis stets genau entspricht und jederzeit leicht gemessen werden kann. Bei Benutzung von Messgefässen ist die Füllung zur Erzielung möglichst gleichmässig dichter Lagerung in stets gleicher Weise zu bewirken.

§ 5.

1. Die Verarbeitung der Betonmasse muss in der Regel sofort nach ihrer Fertigstellung begonnen werden und vor Beginn ihres Abbindens beendet sein.

2. Die Betonmasse darf bei warmer und trockener Witterung nicht länger als eine Stunde, bei kühler oder nasser Witterung nicht länger als zwei Stunden unverarbeitet liegen bleiben. Nicht sofort verarbeitete Betonmasse ist vor Witterungseinflüssen wie Sonne, Wind, starkem Regen zu schützen und vor der Verwendung umzuschaufeln.

3. Die Verarbeitung der eingebrachten Betonmasse muss stets ohne Unterbrechung bis zur Beendigung des Stampfens durchgeführt werden.

4. Die Betonmasse ist in Schichten von höchstens 15 cm Stärke einzubringen und in einem dem Wasserzusatz entsprechenden Masse durch Stampfen zu verdichten. Zum Einstampfen sind passend geformte Stampfen von angemessenem Gewicht zu verwenden.

§ 6.

1. Die Eiseneinlagen sind vor der Verwendung sorgfältig von Schmutz, Fett und losem Rost zu befreien. Mit besonderer Sorgfalt ist darauf zu achten, dass die Eiseneinlagen die richtige Lage und Entfernung voneinander sowie die vorgesehene Form erhalten, durch besondere Vorkehrungen in ihrer Lage festgehalten und dicht mit besonderer, entsprechend feinerer Betonmasse umkleidet werden. Liegen in Balken die Eisen in mehreren Lagen übereinander, so ist jede Lage für sich zu umkleiden. Unterhalb der Eiseneinlagen muss in Balken noch eine Betonstärke von mindestens 2 cm, in Platten von mindestens 1 cm vorhanden sein.

2. Die Schalungen und Stützen der Decken und Balken müssen vollkommenen Widerstand gegen Durchbiegungen und ausreichende Festigkeit gegen die Einwirkungen des Stampfens bieten. Die Schalungen sind so anzuordnen, dass sie unter Belassung der bis zur völligen Erhärtung des Betons notwendigen Stützen gefahrlos entfernt werden

können. Zu den Stützen sind tunlichst nur ungestossene Hölzer zu verwenden. Sind Stösse unvermeidlich, so müssen die Stützen an den Stossstellen fest und sicher verbunden werden.

3. Verschalungen von Säulen sind so anzuordnen, dass das Einbringen und Einstampfen der Betonmasse von einer offenen, mit dem Fortschreiten der Arbeit zu schliessenden Seite erfolgen und genau beobachtet werden kann.

4. Von der Beendigung der Einschalung und dem beabsichtigten Beginn der Betonarbeiten in jedem einzelnen Geschosse ist der Baupolizeibehörde mindestens drei Tage vorher Anzeige zu machen.

§ 7.

1. Die einzelnen Betonschichten müssen tunlichst frisch auf frisch verarbeitet werden; auf alle Fälle ist die Oberfläche der älteren Schicht aufzurauhen.

2. Beim Weiterbau auf erhärtetem Beton muss die alte Oberfläche aufgerauht, sauber abgekehrt, angenässt und unmittelbar vor Aufbringen neuer Betonmasse mit einem dünnen Zementbrei eingeschlemmt werden.

§ 8.

Bei der Herstellung von Wänden und Pfeilern in mehrgeschossigen Gebäuden darf mit der Ausführung in dem höheren Geschoss erst nach ausreichender Erhärtung dieser Bauteile in den darunter liegenden Geschossen begonnen werden. Von der Fortsetzung der Arbeiten im höheren Geschoss ist der Baupolizeibehörde mindestens drei Tage vorher Nachricht zu geben.

§ 9.

1. Bei Frostwetter darf nur in solchen Fällen gearbeitet werden, wo schädliche Einwirkungen des Frostes durch geeignete Massnahmen ausgeschlossen sind. Gefrorene Baustoffe dürfen nicht verwendet werden.

2. Nach längeren Frostzeiten (§ 11) darf beim Eintritt milderer Witterung die Arbeit erst wieder aufgenommen werden, nachdem die Zustimmung der Baupolizeibehörde dazu eingeholt ist.

§ 10.

1. Bis zur genügenden Erhärtung des Betons sind die Bauteile gegen die Einwirkungen des Frostes und gegen vorzeitiges Austrocknen zu schützen, sowie vor Erschütterungen und Belastungen zu bewahren.

2. Die Fristen, die zwischen der Beendigung des Einstampfens und der Entfernung der Schalungen und Stützen liegen müssen, sind von der jeweiligen Witterung, von der Stützweite und dem Eigengewicht der Bauteile abhängig. Die seitliche Schalung der Balken, die Einschalung der Stützen sowie die Schalung von Deckenplatten darf nicht vor Ablauf von acht Tagen, die Stützung der Balken nicht vor Ablauf von drei Wochen beseitigt werden. Bei grösseren Stützweiten und Querschnittsabmessungen sind die Fristen unter Umständen bis zu sechs Wochen zu verlängern.

3. Bei mehrgeschossigen Gebäuden darf die Stützung der unteren Decken und Balken erst dann entfernt werden, wenn die Erhärtung der oberen so weit vorgeschritten ist, dass diese sich selbst zu tragen vermögen.

4. Ist das Einstampfen erst kurze Zeit vor Eintritt von Frost beendet, so ist beim Entfernen der Schalung und der Stützen besondere Vorsicht zu beachten.

5. Tritt während der Erhärtungsdauer Frost ein, so sind mit Rücksicht darauf, dass die Erhärtung des Betons durch den Frost verzögert wird, die in Absatz 2 genannten Fristen um die Dauer der Frostzeit zu verlängern.

6. Beim Entfernen der Schalungen und Stützen müssen durch besondere Vorkehrungen (Keile, Sandtöpfe u. dergl.) Erschütterungen vermieden werden.

7. Von der beabsichtigten Entfernung der Schalungen und Stützen ist der Baupolizeibehörde rechtzeitig, und zwar mindestens 3 Tage vorher Anzeige zu machen.

§ 11.

Über den Gang der Arbeiten ist ein Tagebuch zu führen und auf der Baustelle stets zur Einsichtnahme bereit zu halten. Frosttage sind darin unter Angabe der Kältegrade und der Stunde ihrer Messung besonders zu vermerken.

C. Abnahme.

§ 12.

1. Bei der Abnahme müssen die Bauteile an verschiedenen, von dem abnehmenden Beamten zu bestimmenden Stellen freiliegen, so dass die Art der Ausführung zu erkennen ist. Auch bleibt es vorbehalten, die einwandfreie Herstellung, den erreichten Erhärtungsgrad und die Tragfähigkeit durch besondere Versuche festzustellen.

2. Bestehen über das Mischungsverhältnis und den Erhärtungsgrad begründete Zweifel, so können Proben aus den fertigen Bauteilen zur Prüfung entnommen werden.

3. Werden Probebelastungen für nötig erachtet, so sind diese nach Angabe des abnehmenden Beamten vorzunehmen. Dem Bauherrn und dem Unternehmer wird rechtzeitig davon Kenntnis gegeben und die Beteiligung anheimgestellt. Probebelastungen sollen erst nach 45 tägiger Erhärtung des Betons vorgenommen und auf den nach Ermessen der Baupolizeibehörde unbedingt notwendigen Umfang beschränkt werden.

4. Bei der Probebelastung von Deckenplatten und Balken ist folgendermassen zu verfahren. Bei Belastung eines ganzen Deckenfeldes soll, wenn mit g das Eigengewicht und mit p die gleichmässig verteilte Nutzlast bezeichnet wird, die Auflast den Wert von $0{,}5\,g + 1{,}5\,p$ nicht übersteigen. Bei höheren Nutzlasten als 1000 kg/qm können Ermässigungen bis zur einfachen Nutzlast eintreten. Soll nur ein Streifen des Deckenfeldes zur Probe belastet werden, so ist die Auflast in der Deckenmitte gleichmässig auf einem Streifen zu verteilen, dessen Länge gleich der Spannweite und dessen Breite ein Drittel der Spannweite, mindestens aber 1 m ist. Die Auflast soll hierbei den Wert von $g + 2p$ nicht übersteigen. Als Eigenlast gelten die sämtlichen zur Herstellung der Decken und Fussböden bestimmten Bauteile, als Nutzlasten die in § 16 Ziffer 3 aufgeführten erhöhten Werte.

5. Bei Probebelastungen von Stützen ist ein ungleichmässiges Setzen der Bauteile und eine das zulässige Mass überschreitende Belastung des Untergrundes zu verhüten.

II. Leitsätze für die statische Berechnung.

A. Eigengewicht.

§ 13.

1. Das Gewicht des Betons einschliesslich der Eiseneinlagen ist zu 2400 kg für das Kubikmeter anzunehmen, sofern nicht ein anderes Gewicht nachgewiesen wird.

2. Bei Decken ist ausser dem Gewicht der tragenden Bauteile das Gewicht der zur Bildung des Fussbodens dienenden Baustoffe nach bekannten Einheitssätzen zu ermitteln[1]).

B. Ermittlung der äusseren Kräfte.

§ 14.

1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen sind die Angriffsmomente und Auflagerkräfte je nach der Art der Belastung und Auflagerung den für frei aufliegende oder durchgehende Balken geltenden Regeln gemäss zu berechnen.

2. Bei frei aufliegenden Platten ist die Freilänge zuzüglich der Deckenstärke in der Feldmitte, bei durchgehenden Platten die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen als Stützweite in die Berechnung einzuführen. Bei Balken gilt die um die erforderliche Auflagerlänge vergrösserte freie Spannweite als Stützweite.

3. Bei Platten und Balken, die über mehrere Felder durchgehen, darf, falls die wirklich auftretenden Momente und Auflagerkräfte nicht rechnerisch nach den für durchgehende Balken geltenden Regeln unter Voraussetzung freier Auflagerung auf den Mittel- und Endstützen oder durch Versuche nachgewiesen werden, das Biegungsmoment in den Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer auf zwei

---

1) Anmerk. des Verfassers. Sofern die Berechnung von Decken unter Benutzung von Dimensionierungsformeln erfolgt, wie solche im vorliegenden Buche abgeleitet wurden, so könnte zweckmässig das Gewicht des Fussbodenbelages der Nutzlast zuaddiert werden. (S. Beispiel Seite 113.)



Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde. Über den Stützen ist dann das negative Biegungsmoment so gross wie das Feldmoment bei beiderseits freier Auflagerung anzunehmen. Als durchgehend dürfen nach dieser Regel Platten und Balken nur dann berechnet werden, wenn sie überall auf festen, in einer Ebene liegenden Stützen oder auf Eisenbetonbalken aufliegen. Bei Anordnung der Eiseneinlagen ist unter allen Umständen die Möglichkeit des Auftretens negativer Momente sorgfältig zu berücksichtigen.

4. Bei Balken darf ein Einspannungsmoment an den Enden nur dann in Rechnung gestellt werden, wenn besondere bauliche Vorkehrungen eine sichere Einspannung nachweislich gewährleisten.

5. Die rechnerische Annahme des Zusammenhanges darf nicht über mehr als drei Felder ausgedehnt werden. Bei Nutzlasten von mehr als 1000 kg/qcm ist die Berechnung auch für die ungünstigste Lastverteilung anzustellen.

6. Bei Plattenbalken darf die Breite des plattenförmigen Teiles von der Balkenmitte ab nach jeder Seite mit nicht mehr als einem Sechstel der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden.

7. Ringsum aufliegende, mit sich kreuzenden Eiseneinlagen versehene Platten können bei gleichmässig verteilter Belastung, wenn ihre Länge a weniger als das einundeinhalbfache ihrer Breite b beträgt, nach der Formel $M = \frac{pb^2}{12}$ berechnet werden. Gegen negative Angriffsmomente an den Auflagern sind Vorkehrungen durch Form und Lage der Eisenstäbe zu treffen.

8. Die rechnungsmässig sich ergebende Dicke der Platten und der plattenförmigen Teile der Plattenbalken ist überall auf mindestens 8 cm zu bringen[1]).

9. Bei Stützen ist auf die Möglichkeit einseitiger Belastung Rücksicht zu nehmen.

C. Ermittlung der inneren Kräfte.

§ 15.

1. Das Elastizitätsmass des Eisen ist zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons anzunehmen, wenn nicht ein anderes Elastizitätsmass nachgewiesen wird.

2. Die Spannungen im Querschnitt des auf Biegung beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, dass sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und dass die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen.

3. Bei Bauten oder Bauteilen, die der Witterung, der Nässe, den Rauchgasen und ähnlichen schädlichen Einflüssen ausgesetzt sind, ist ausserdem nachzuweisen, dass das Auftreten von Rissen im Beton durch die vom Beton zu leistenden Zugspannungen vermieden wird.

4. Schubspannungen sind nachzuweisen, wenn Form und Ausbildung der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres erkennen lassen. Sie müssen, wenn zu ihrer Aufnahme keine Mittel in der Anordnung der Bauteile selbst gegeben sind, durch entsprechend gestaltete Eiseneinlagen aufgenommen werden.

5. Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, dass die Verschiebung gegen den Beton schon durch ihre Form verhindert wird. Die Haftspannung ist stets rechnerisch nachzuweisen.

6. Die Berechnung der Stützen auf Knicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Durch Querverbände ist der Abstand der eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festzulegen. Der Abstand dieser Querverbände muss annähernd der kleinsten Abmessung der Stütze entsprechen, darf aber nicht über das Dreissigfache der Stärke der Längsstäbe hinausgehen.

7. Zur Berechnung der Stützen auf Knicken ist die Eulersche Formel anzuwenden.

---

1) Anmerk. des Verfassers. Im Berechnungsbeispiel Seite 106 ergab sich zunächst eine Plattenstärke von 7,5 cm, welche hernach aus statischen Gründen auf 9 cm erhöht wurde. Die Stärke von 7,5 cm hätte demnach auch in Übereinstimmung mit den ministeriellen Bestimmungen etwas erhöht werden müssen.

D. Zulässige Spannungen.

§ 16.

1. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen soll die Druckspannung des Betons den sechsten Teil seiner Druckfestigkeit, die Zug- und Druckspannung des Eisens den Betrag von 1000 kg/qcm nicht übersteigen.

2. Wird in den unter § 15, Ziffer 3 bezeichneten Fällen die Zugspannung des Betons in Anspruch genommen, so sind als zulässige Spannung zwei Drittel der durch Zugversuche nachgewiesenen Zugfestigkeit des Betons anzunehmen. Bei fehlendem Zugfestigkeitsnachweis darf die Zugspannung nicht mehr als ein Zehntel der Druckfestigkeit betragen.

3. Dabei sind folgende Belastungswerte anzunehmen:
   a) Bei mässig erschütterten Bauteilen, z. B. bei Decken von Wohnhäusern, Geschäftsräumen, Warenhäusern: die wirklich vorhandene Eigen- und Nutzlast,
   b) bei Bauteilen, die stärkeren Erschütterungen oder stark wechselnder Belastung ausgesetzt sind, wie z. B. bei Decken in Versammlungsräumen, Tanzsälen, Fabriken, Lagerhäusern: die wirkliche Eigenlast und die bis zu fünfzig vH. erhöhte Nutzlast,
   c) bei Belastungen mit starken Stössen, wie z. B. bei Kellerdecken, unter Durchfahrten und Höfen: die wirkliche Eigenlast und die bis zu hundert vH. erhöhte Nutzlast.

4. In Stützen darf der Beton mit nicht mehr als einem Zehntel seiner Druckfestigkeit beansprucht werden. Bei Berechnung der Eiseneinlagen auf Knicken ist fünffache Sicherheit nachzuweisen.

5. Die Schubspannung des Betons darf das Mass von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten. Wird grössere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die auftretende Spannung nicht über ein Fünftel dieser Festigkeit hinausgehen.

6. Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

Bergbahnen.

Strub, E., Bergbahnen der Schweiz bis 1900. I. Drahtseilbahnen. 4°. (71 S. m. allen Längenprofilen, Tabellen üb. die Hauptverhältnisse, 61 Textabbild. und 8 Tafeln in Autotypie 1900. M. 6.—

— — II. Reine Zahnradbahnen. 4°. (191 S. m. Längenprofilen, Tabellen u. 156 Abbild. im Text). 1902. M. 6.—

Betrieb viergleisiger Strecken.

Siehe Übergangsbahnhöfe.

Bettung.

Siehe Oberbau.

Blockwerke.

Boda, Doc. Eisenb.-Obering. i. R. Mart., Die Schaltungstheorie der Blockwerke. (Mit einem Vorwort v. Geh. Reg.-Rat Prof. G. Barkhausen.) (Aus: „Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens.") gr. 4°. (91 S. m. 19 Taf.) 1899. M. 8.—

Brückenbau.

Tschertou. Der Brückenbau. 2., durch Aufnahme der österr. Brückenverordn. von 1904 u. 1906 u. der preuss. Brücken-Vorschriften von 1903 ergänzte Ausgabe (XVI u. 596 S. m. 634 Abbild.) Lex. 8°. 1907. M. 12.—, geb. M. 13.—

Brückenproben.

Siehe Träger.

Brücken und Dächer.

Otzen, Eisenb.-Bau- u. Betriebsinsp. a. D. Priv.-Doz. Assist. Robert, Zahlenbeispiele zur statischen Berechnung von Brücken u. Dächern. Bearb. in 1. Aufl. v. F. Grages, durchgesehen v. Geh. Reg.-Rat Prof. G. Barkhausen. 2. umgearb. u. verm. Aufl. Mit 329 Abbild. im Text u. auf 3 lith. Tafeln (XVI u. 344 S.) Lex. 8°. 1908. M. 12.—, geb. M. 13.—

Drahtseilbahnen.

Walloth, Reg.- u. Baur. K., Die Drahtseilbahnen der Schweiz. Ergebnisse einer auf Veranlassung des kaiserl. Ministeriums für Elsass-Lothringen unternommenen Studienreise. gr. 4°. (V. u. 82 S. m. 10 Taf.) 1893. In Mappe M. 11.—

Dreigelenkbrücken.

Teichmann, Ingen. A., Zahlenbeispiel zur statischen Berechnung von massiven Dreigelenkbrücken vermittelst Einflusslinien. Bearb. nach den Grundzügen des Herrn Geh. Reg.-Rates G. Barkhausen, Prof. an der kgl. techn. Hochschule zu Hannover. Mit 29 Abbild. auf lith. Taf. (32 S.) gr. 8°. 1904. M. 2.40

Druckluft-Wasserheber.

Siehe Wasserheber.

Eisenbahnbau.

Tschertou, Hauptm. Milit.-Akad.-Lehrer Frz., Der Eisenbahnbau. Leitfaden für Militär-Bildungsanstalten, sowie für Eisenbahntechniker. Zweite, teilweise umgearbeitete und durch einen Anhang über feldmässige normalspurige Eisenbahnen und Blockeinrichtungen vermehrte Ausgabe. XV. und 543 S. mit über 400 Textabbildungen und 7 Zeichnungstafeln. 1908. M. 10.60, geb. M. 12.—

Eisenbeton.

Barkhausen, Prof. Geh. Reg.-Rat G., Theorie der Verbundbauten in Eisenbeton u. ihre Anwendung. (Aus: „Organ f. d. Fortschritte d. Eisenbahnwesens.") 26 S. m. 17 Abbild. (31,5×24,5 cm. 1907. M. 2.—

Jöhrens, Beigeordn. Ad., Hilfsmittel für Eisenbeton-Berechnung. (31 S. m. 22 Abbild. u. 11 farb. Taf.) 36,5×28 cm. 1908. In Mappe M. 4.60

Pilgrim, Ingen. Heinr., Theoretische Berechnung der Betoneisen-Konstruktionen mit ausführl. Beispielen. (Aus: „Zeitschr. f. Architektur u. Ingenieurwesen in Hannover", nebst Ergänzgn. u. prakt. Anwendg. auf versch. Beispiele.) (46 S. m. 78 Abbild.) gr. 4⁰. 1906. M. 2.80

Elektrische Beleuchtung.

Sicherheitsvorschriften f. die Einrichtung elektr. Beleuchtung in Eisenbahnwagen. Ausgegeben von der geschäftsführ. Verwaltung des Vereins deutscher Eisenbahnverwalt. (19 S. m. Fig.) Kl. 8⁰. 1907. In Kommission. M. —.25

Elektrische Eisenbahnen.

Zehme, Oberingenieur E. C., Die Betriebsmittel der elektrischen Eisenbahnen. Mit 315 Textabbildungen u. 66 lithogr. Taf. 1903.
M. 27.—, in Halbfranz geb. M. 30.—

Entseuchung.

Freund, Ingenieur Adolf, Die Entseuchung der Viehwagen nach den gesetzlichen und gesundheitstechnischen Anforderungen und die wirtschaftlichen Schäden der Viehseuchen, insbesondere beim Eisenbahnverkehre. (Sonderabdr. a. d. „Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens." 4⁰. (32 S.) 1900.
M. 1.30

Feldmessen und Nivellieren.

Bandemer, Ingenieur M., Feldmessen und Nivellieren für Bau- und ähnliche Schulen und zum Selbstunterricht bearbeitet. gr. 8⁰. (VII u. 68 S. m. 65 in den Text gedruckten Abbild. u. 1 lithogr. Taf.) 1901. M. 1.60

Kesselspeisewasser.

Wehrenfennig, Oberinsp. Ing. Mech. Edm., Über die Untersuchung und das Weichmachen des Kesselspeisewassers. Unter Mitwirk. von Fabrikdir. Ing. Chem. Fritz Wehrenfennig. 2., gänzlich umgearb. Aufl. (XII u. 185 S. m. 168 Abbild. u. 1 lith. Taf.) Lex. 8⁰. 1905. M. 7.50, geb. M. 8.70



Kreisquerschnitt-Berechnungen.

Schürnbrand, Ing. Hochsch.-Assist. Ludw., Graph. Tabellen zur Berechnung von Kreisquerschnitten auf Drehung und Biegung sowie von Rechteckquerschnitten auf Biegung, für alle vorkommenden Momente u. zulässigen Spannungen. Berechnet und entworfen. (28 Tab. u. 11 S. Text.) 31×25,5 cm. 1908. Geb. in Leinw. M. 5.—

Lagermetalle.

Siehe Schmiermittel.

Lenkachsen.

Volkmar, Reg.-Rat W., Neuere Versuche der Reichseisenbahnen in Elsass-Lothringen über das Verhalten freier Lenkachsen. (Beilage zu „Organ f. Eisenbahnwesen" N. F. XXXIX.) gr. 4⁰. (8 S. m. 13 Taf.) 1892. M. 3.60

Linienführung.

Kreuter, Prof. Frz., Linienführung der Eisenbahnen und sonstigen Verkehrswege. gr. Lex. 8⁰. (X u. 203 S. m. 80 Abbild.) 1900. M. 7.50, in Halbfranz. geb. M. 9.—

Nivellieren.

Siehe Feldmessen.

Nordamerikanische Eisenbahnen.

Büte, Eisenbahndir. Th., und Eisenbahn-Bauinsp. **A. v. Borries**, Die nordamerikanischen Eisenbahnen in technischer Beziehung. Bericht über eine im Auftrage des Ministers der öffentl. Arbeiten im Frühjahr 1891 unternommene Studienreise. Imp. 4⁰. (XII u. 282 S. m. 1 Übersichtskarte und 74 Abbild. im Text u. 55 lithogr. Taf.) 1892. In Mappe M. 40.—

Oberbau.

Buchwald, Ingen. Max, Der Oberbau der Strassen- und Kleinbahnen. gr. 8⁰ (Mit 260 Abbild. i. Text.) VIII u. 197 S. 1903. M. 6.40

Schubert, k. Eisenbahndirektor E., Planum, Bettung und Schwellenform des Eisenbahngleises. (Aus „Organ f. d. Fortschritte d. Eisenbahnwesens in techn. Beziehung.") gr. 4⁰. (12 S. u. 8 Taf.) 1897. M. 1.40

Rad, das gezogene und das ziehende.

Gravenhorst, Baur., Landesbauinsp., Das gezogene und das ziehende Rad. Die Wechselwirkg. zwischen Rad und Strasse u. der Radlinie. (Aus: „Zeitschrift für Architektur u. Ingenieurwesen.") (III, 64 S. m. 20 Abbild.) 22×18 cm. 1906. M. 1.60

Schmiermittel.

Grossmann, Oberingenieur Josef, Die Schmiermittel und Lagermetalle für Lokomotiven, Eisenbahnwagen, Schiffsmaschinen, Lokomobilen, Stationäre Dampfmaschinen, Transmissionen und Arbeitsmaschinen. gr. 8⁰. (VIII u. 192 S. m. 10 Holzschnitten im Texte.) 1885. M. 3.60

— Die Schmiermittel. Methoden zu ihrer Untersuchung und Wertbestimmung. gr. 8⁰. (VIII u. 186 S. m. 25 Abbild.) 1894. M. 3.40

Schwellenform.

Siehe Oberbau.

Strassenbau.

Loewe, Prof. Ferd., Strassenbaukunde. Land- und Stadtstrassen. 2. völlig umgearbeitete Aufl. (XV und 589 S. mit 155 Abbild.) Lex. 8⁰. 1906. M. 14.60, geb. M. 16.—

Träger.

Pustau, Reg.-Baumeister, W., Auflagerdrücke, Laststellungen und Durchbiegungen vollwandiger durchlaufender Träger zur Benutzung bei Nachrechnung der amtlichen Brückenproben. (Aus: „Organ für Eisenbahnwesen.") gr. 4⁰. (12 und XVIII S. mit Zusammenstellungen auf 2 Tafeln und 1 lithogr. Tafel.) 1894. M. 2.70

Übergangsbahnhöfe.

Kecker, Eisenb.-Betriebsdir. G., Über die Anlage von Übergangsbahnhöfen und den Betrieb viergleisiger Strecken. Mit einem Vorworte von Prof. A. Goering. (Aus „Organ für Eisenbahnwesen.") gr. 8⁰. (VI und 45 S. mit 31 Abbild. im Text.) 1898. M. 1.20

Verschiebebahnhöfe.

Blum, Geh. Oberbaurat, Über Verschiebebahnhöfe. (Sonderabdruck aus dem „Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens N. F. XXXVII, 1900.") gr. 8⁰. (72 S. mit 27 Abbild. im Text.) 1900. M. 2.—

Wasserheber.

Perenyi, Obering. Alex., Rationelle Konstruktion und Wirkungsweise des Druckluft-Wasserhebers für Tiefbrunnen. (V und 52 S. mit 14 Abbild.) Lex. 8⁰. 1908. M. 2.40

Werkstätten.

Oberstadt, F., Die Technologie der Eisenbahnwerkstätten. Lehrbuch für Maschinen-Techniker. Mit Vorwort von Prof. Dr. E. Hartig. gr. 4⁰. (IV und 190 S. mit 21 lithogr. Taf.) 1881. M. 12.—

Wörterbücher.

Rübenach, Julius, Eisenbahnwörterbuch. Bau, Betrieb, Verwaltung. Technisches Wörterbuch der deutschen und französischen Sprache. Zum Gebrauche für Eisenbahnverwaltungen, Beamte, Fabrikanten, Studierende usw. Zweite durchgesehene und stark verm. Auflage. Ergänzungswörterbuch zu allen technologischen Wörterbüchern. (Zwei Teile.) 1. Teil: Deutsch-Französisch. Lex. 8⁰. (VIII und 306 S.) 1896. M. 10.65

Wörterbuch, Technologisches. Deutsch-englisch-französisch. Gewerbe und Industrie. Zivil- und Militärbaukunst, Artillerie, Maschinenbau, Eisenbahnwesen, Strassen-, Brücken- und Wasserbau, Schiffbau und Schiffahrt, Berg- und Hüttenwesen, Mathematik, Physik, Elektrotechnik, Chemie, Mineralogie u. a. m. umfassend. Neu bearb. von Prof. E. v. Hoyer und Prof. F. Kreuter. Drei Bände. Fünfte Auflage. Jeder Band M. 12.—, geb. M. 14.—

Zeichnen, technisches.

Ross, Prof., Reg.-Baumeister B., Einführung in das technische Zeichnen für Architekten, Bau-Ingenieure und Bautechniker. Entwickelung der wichtigsten Methoden zeichner. Darstellg., angewandt auf techn. Gegenstände nebst Erörtergn. üb. die hierbei zur Verwendg. komm. Materialen. Fol. (VII u. 68 S. m. 2 Seiten Schriftproben im Text und 20 zum grössten Th. farb. Taf.) 1902. In Mappe M. 12.60



